Ingeniería de Teletráfico

Area de Ingeniería Telemática
http://www.tlm.unavarra.es

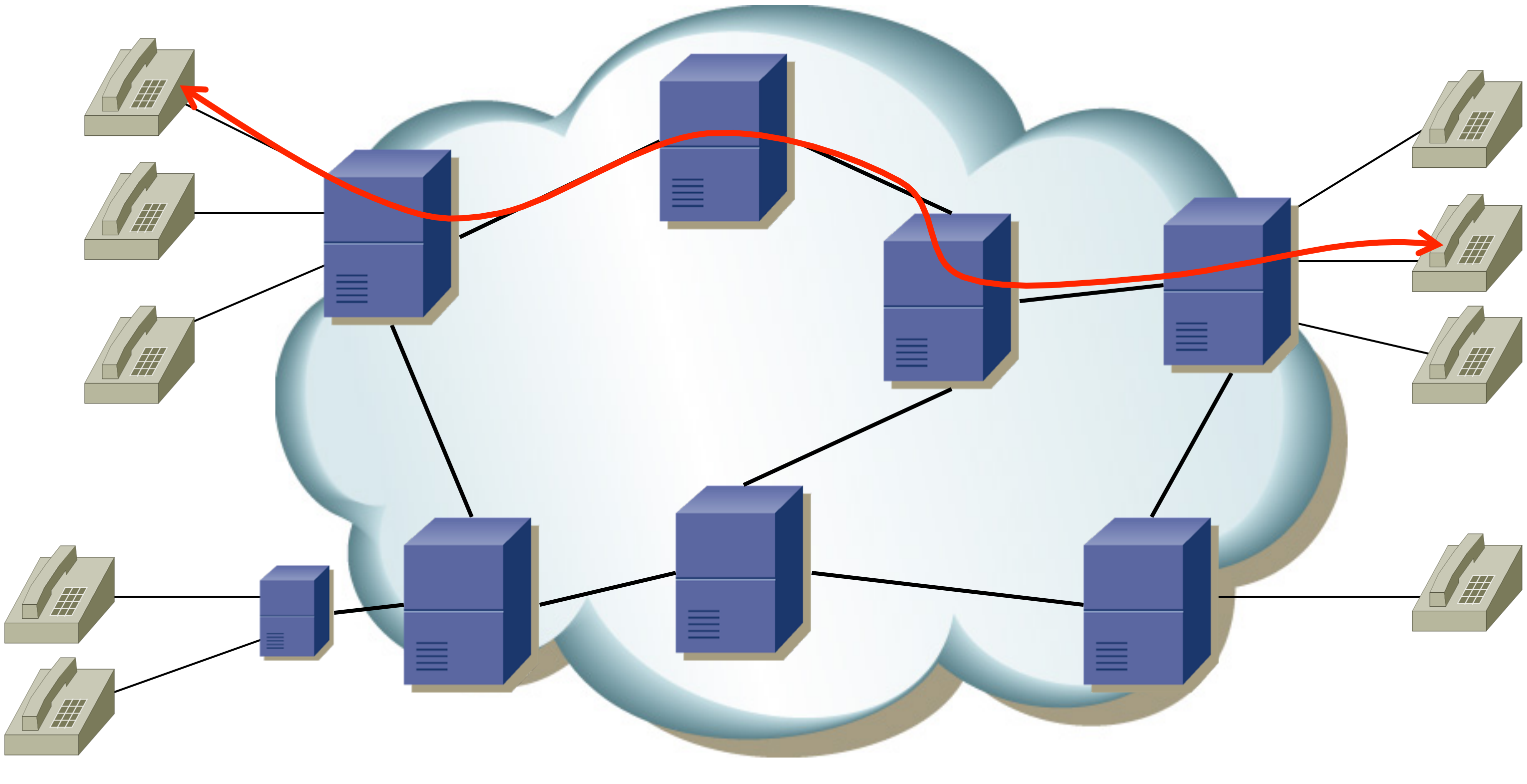
Redes
4º Ingeniería en Informática

Objetivos del tema

- Introducción a la problemática
- Caso de dimensionamiento de redes con bloqueo
- Escenarios donde llegan solicitudes de servicio
- Si no pueden ser atendidas son rechazadas

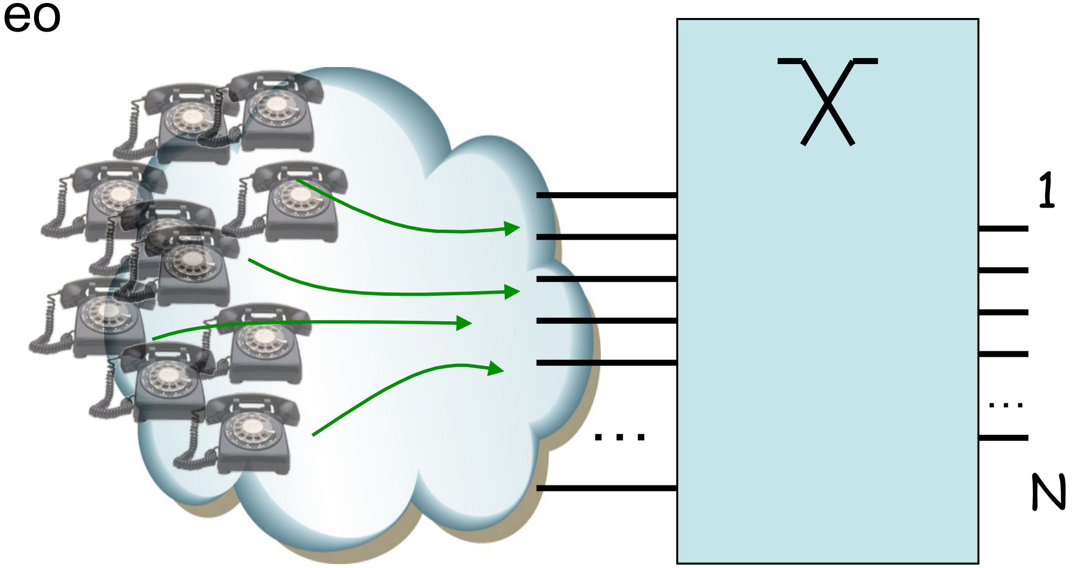
Problema en Telefonía

- Cuántos canales poner en los enlaces troncales para que “casi siempre” se puedan establecer las llamadas
- Caso peor es sobredimensionamiento



Problema tipo a resolver

- Solo vamos a ver un caso muy simple, donde no hay cola
- Conmutador con líneas de entrada y de salida
- Entradas usuarios finales o troncales: lo que nos importará es la llegada de llamadas al conmutador
- Salidas troncales (máximo N llamadas simultáneas)
- Llamadas entrantes o salientes
- Decidir N para poder cursar las llamadas con una probabilidad de ***bloqueo*** máxima objetivo
- o decidir la cantidad de usuarios con un N y ese máximo bloqueo

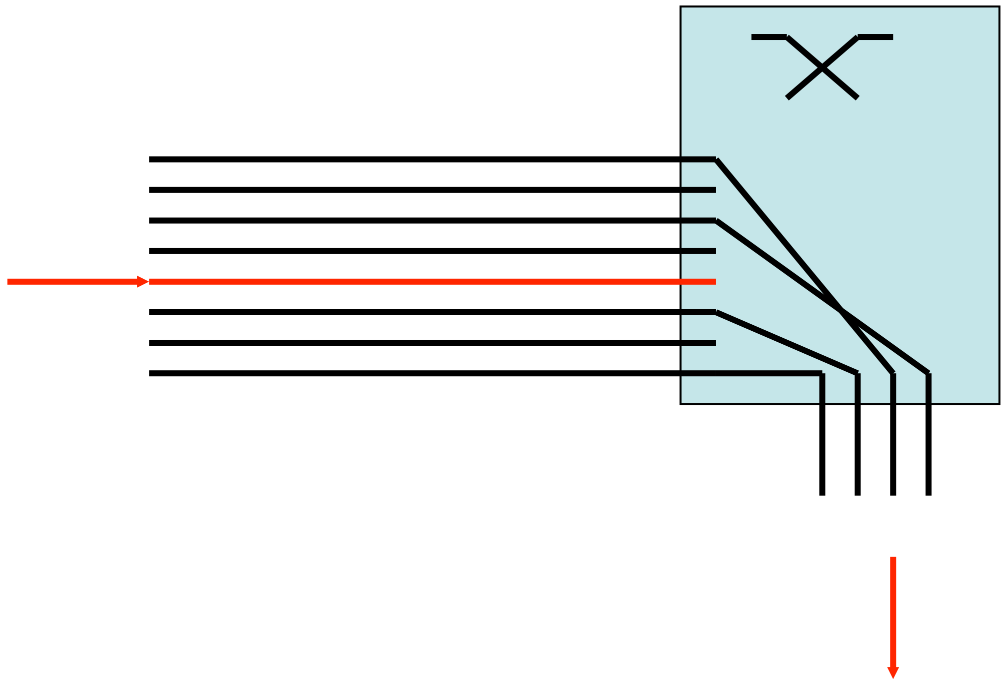


upna Universidad Pública de Navarra Nafarroako Unibertsitate Publikoa

REDES *Área de Ingeniería Telemática*

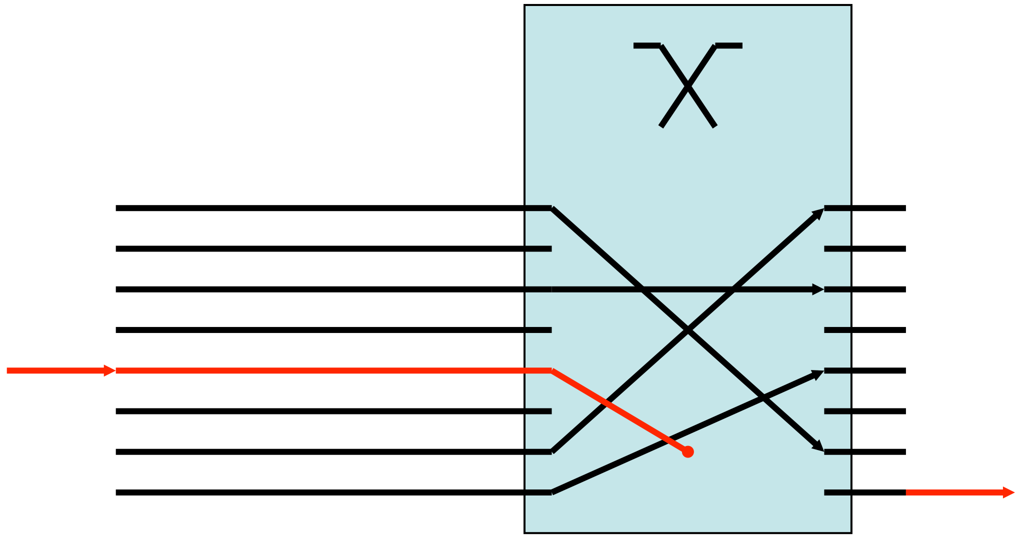
Bloqueo

- **Bloqueo externo**
  - No se puede interconectar dos estaciones aunque estén libres
  - El conmutador no tiene suficientes recursos de salida para cursar una nueva llamada



Bloqueo

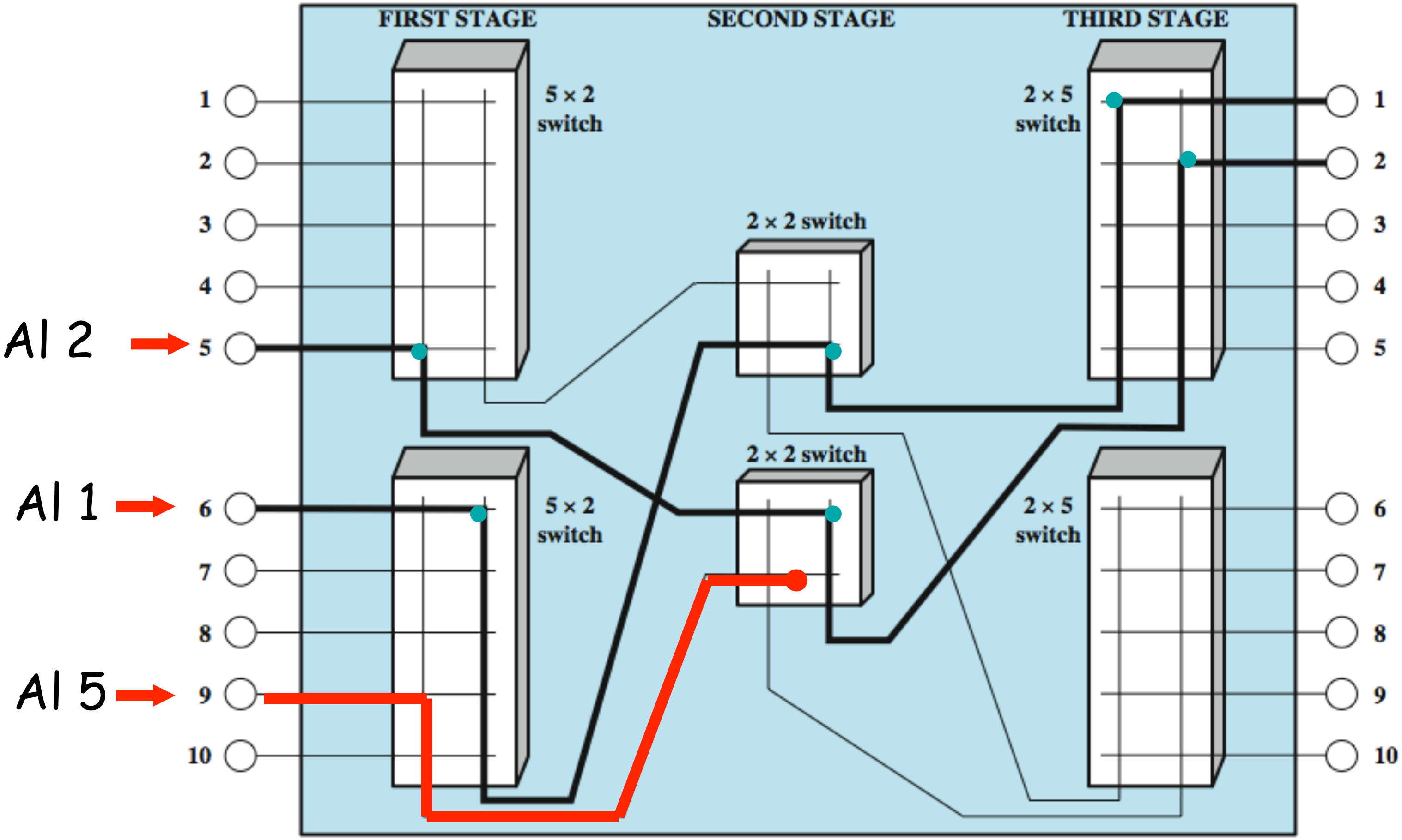
- Bloqueo interno
  - El conmutador no tiene recursos internos para interconectar una entrada con una salida (…)



REDES
Área de Ingeniería Telemática

Bloqueo

- Bloqueo interno
  - El conmutador no tiene recursos internos para interconectar una entrada con una salida. Ejemplo (…)



Definiciones

Capacidad

- Recursos de un sistema para dar un servicio, número de líneas de salida…
- Ej: nuestra centralita tiene 5 líneas para llamadas salientes

Carga (Intensidad de trafico)

- Cantidad de servicio demandada al sistema, medida como cantidad de recursos necesarios en un determinado momento
- Ej: nuestra centralita tiene en media 3.2 llamadas con el exterior

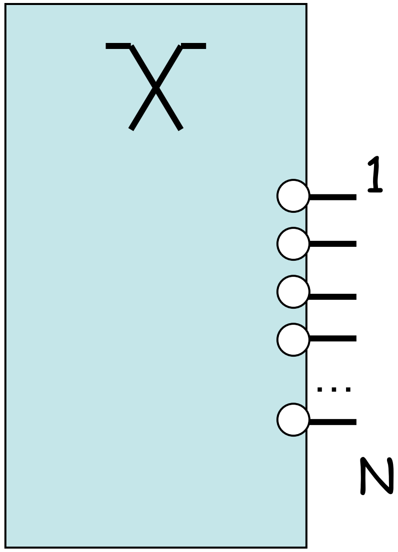
Calidad de servicio

- Medida del servicio obtenido del sistema
- Ej: nuestra centralita con las líneas de entrada que tenemos y la carga típica que soporta pierde menos del 0.1% de las llamadas

A continuación en más detalle…

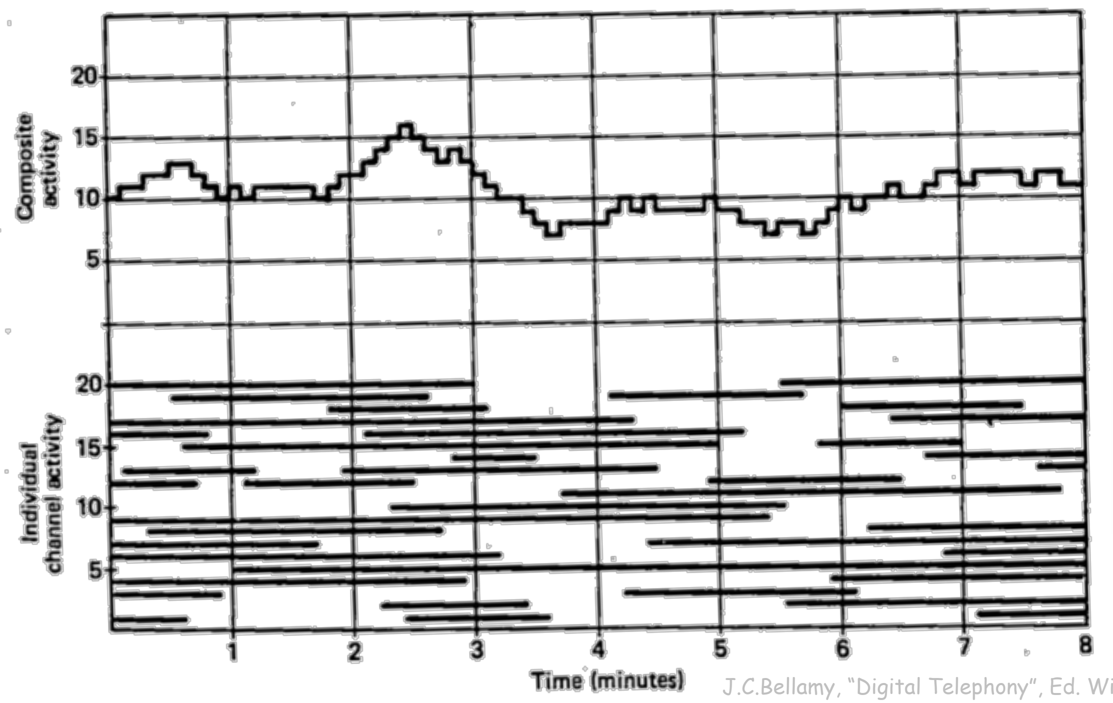
Capacidad

- Medida de la habilidad del sistema para proporcionar servicio
- Típicamente se mide como el número de servidores (líneas de salida, puertos de un conmutador…)
- Variable de diseño del sistema
- Coste proporcional
  - Más capacidad = más coste y más calidad de servicio

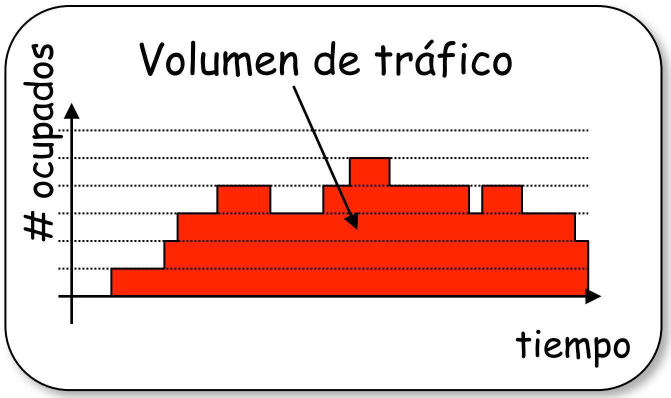


Carga o Tráfico

- Medida de la demanda de servicio al sistema
- Agregación de todas las peticiones de servicio de los usuarios
- = recursos en uso del sistema bajo condiciones de servicio ideales
- **Aleatorio**
  - Peticiones de servicio llegan de forma aleatoria
  - Solicitan servicio durante una cantidad de tiempo no predecible
- Volumen de tráfico: suma de las duraciones de los servicios



J.C.Bellamy, "Digital Telephony", Ed. Wiley Interscience



Carga o Tráfico

- Depende de
  - Número de usuarios (n)
  - Tasa a la que generan llamadas (λ_i)
  - Duración de las llamadas (s)
- El servidor no distingue el efecto de *n* o de λ_i
  - Ej: 600 usuarios, cada uno con una petición por hora, es equivalente a 10 usuarios con una petición por minuto cada uno
- Se reduce a:
  - Tasa de generación de llamadas de todos los usuarios (λ)
  - Duración de las llamadas (s)
- El primer paso del análisis de tráfico es la caracterización de las llegadas de peticiones y la duración de las mismas

Medida del Tráfico

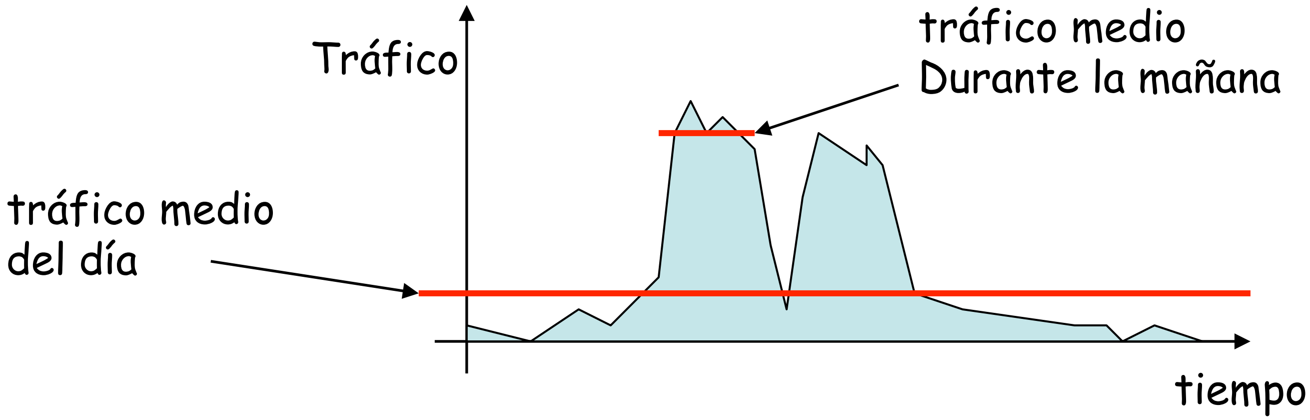
- Intensidad de tráfico

$$I = \frac{\text{Volumen de tráfico}}{\text{Tiempo de observación}} = \frac{\text{Tiempo acumulado de ocupación}}{\text{Tiempo de observación}}$$

- Sin unidades físicas. Se mide en *Erlangs (E)*
- **1 Erlang** = el tráfico que mantiene ocupada completamente una línea durante el tiempo de observación
- Ejemplo:
  - 600 usuarios, cada uno en media hace 1 llamada por hora
  - El tiempo medio de duración de las llamadas es de 3 minutos
  - ¿Cuanto tráfico representan?
  - Tiempo observación: 60 minutos
  - T. acumulado de ocupación : 600llamadas x 3minutos/llamada = 1800min
  - 1800/60 = 30 Erlangs
  - ¿Significa esto que necesitamos 30 líneas?

Medida del Tráfico

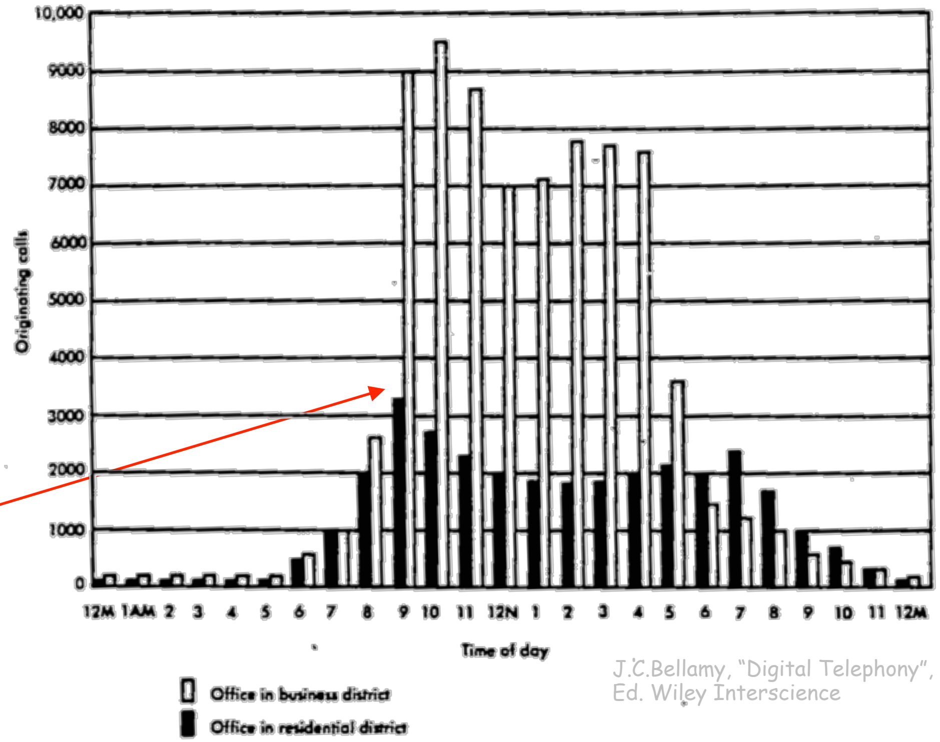
- Normalmente la intensidad del tráfico varía con el tiempo (no es un proceso estocástico estacionario) pero se puede considerar estable en un tiempo limitado



- En telefonía se caracteriza por horas
- Varía entre meses, entre días y entre horas del mismo día (y dentro de la hora)
- Suele haber patrones semanales
- Días de fiesta, el clima, etc. afectan al patrón

Hora cargada ("busy hour")

- Periodo de 60 minutos consecutivos durante los cuales el volumen de tráfico es máximo
- Los análisis para dimensionamiento de equipos se efectúan siempre sobre la **hora cargada**
- Para determinarla se suelen toman medidas en **intervalos de 15min** y entonces es el periodo de tiempo de 4 intervalos consecutivos con mayor volumen de tráfico
- Se calcula la hora cargada en un periodo largo (unas semanas) en la época del año de mayor tráfico
- Diferentes patrones usuarios residenciales y empresariales
- No es el volumen de tráfico mayor del año (nochevieja, día de la madre,...) pues llevaría a un sobredimensionamiento para la mayor parte del tiempo
- 1 teléfono en hora cargada approx. 0.05-0.1 E y 3-4min duración



J.C.Bellamy, "Digital Telephony", Ed. Wiley Interscience

“Calidad” de servicio

- Medida de la bondad del servicio proporcionado
- En telefonía:
  - Probabilidad de bloqueo = probabilidad de que el sistema no pueda aceptar una llamada entrante.

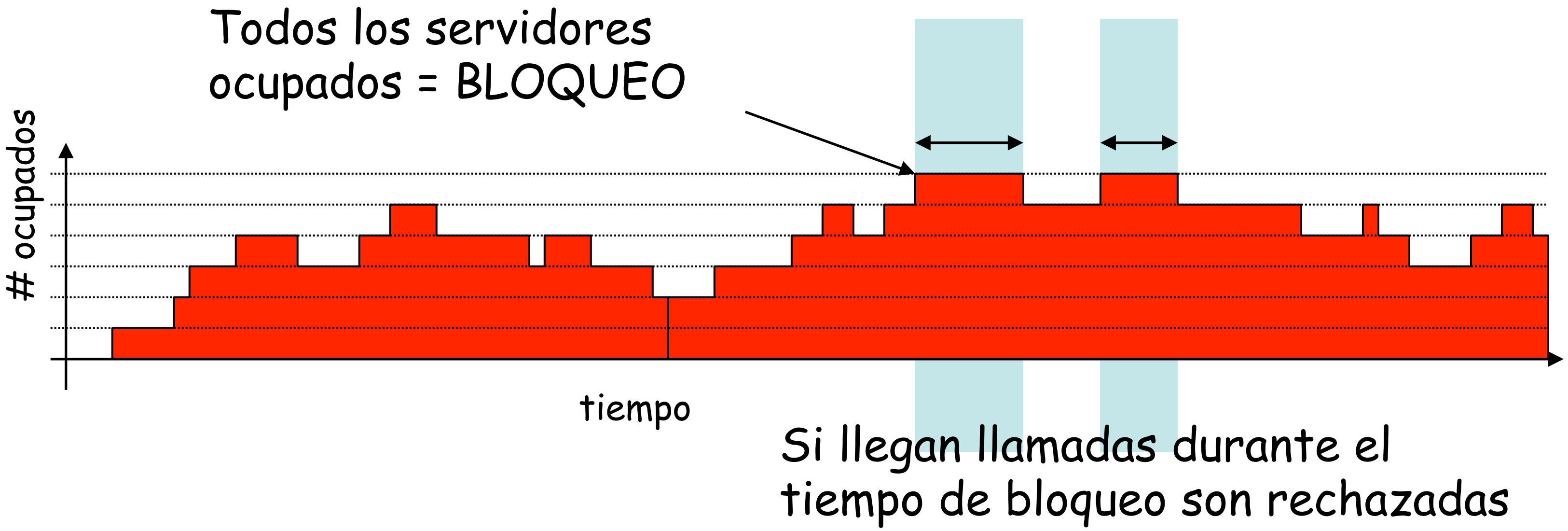
  En ese caso:
  - Se descarta: La llamada es rechazada y el usuario a veces no puede hacer una llamada → Menos calidad de servicio (*congestion theory*)
  - Se hace esperar la llamada hasta que se libere un servidor: El usuario a veces ve que sus llamadas tardan más en establecerse → Menos calidad de servicio (*queueing theory*)
- Requisito de diseño del sistema: probabilidad de bloqueo objetivo y dimensionar la capacidad para conseguirla
- Se suele distinguir:
  - Sistema en **situación de Bloqueo**

    Todos los recursos están ocupados y una llamada nueva que llegue será rechazada
  - Sistema en **situación de Congestión**

    Se han empezado a rechazar llamadas

Tráfico ofrecido vs cursado

- Tráfico ofrecido: el tráfico total que sería cursado por una red que pudiera dar servicio a todas las peticiones
- Diseño (por economía) hace que en ciertas situaciones no se pueda cursar todo el tráfico (llamadas bloqueadas)
- Asumiremos que las llamadas bloqueadas se "pierden" (no hay reintento)
- El tráfico cursado es siempre menor o igual al ofrecido



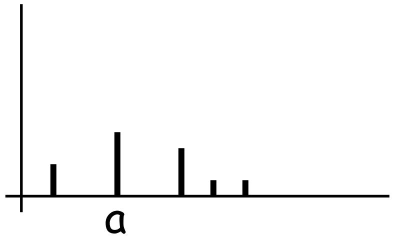
Modelando la carga

Variables aleatorias (V)

- No tiene un valor sino que describe el resultado de un experimento aleatorio
- Se caracteriza por la descripción de los posibles resultados que puede tomar en términos de probabilidad
- **Función de distribución / densidad de probabilidad**

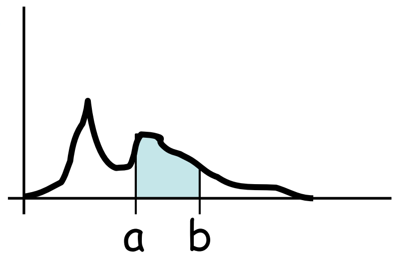
Variable discreta

$$p(a) = P[V = a]$$



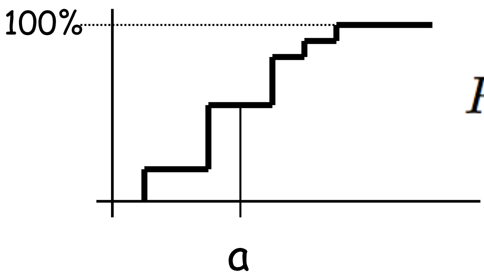
Variable continua

$$P[a < V < b] = \int_a^b p(t)dt$$



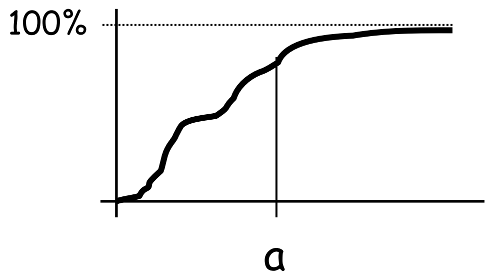
- **Función acumulada de probabilidad / distribución**

Variable discreta



$$P[V \leq a] = F(a)$$

Variable continua



Modelando la carga

Procesos estocásticos (V)

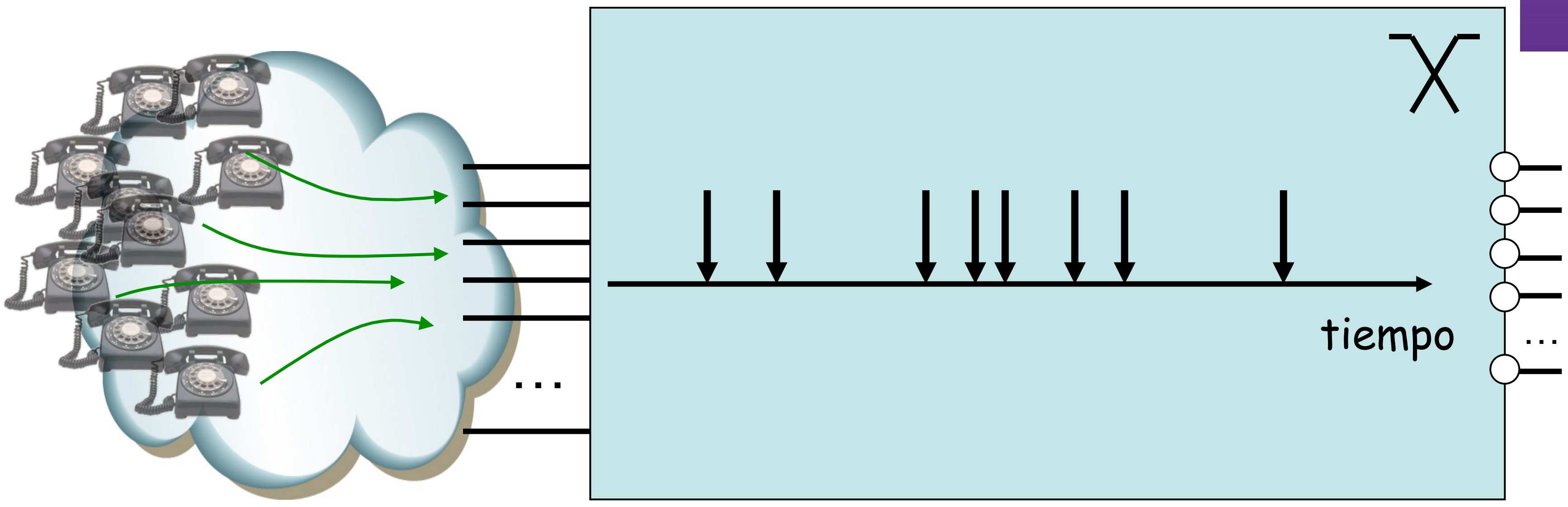
- Una familia de variables aleatorias

$$\left\{X_t : t \in T\right\}$$

- Hablaremos de
  - “Tiempo continuo” cuando T es real, por ejemplo T = [0,∞]
  - “Tiempo discreto” cuando T es numerable, por ejemplo T = {0,1,2…}

Proceso de llegadas

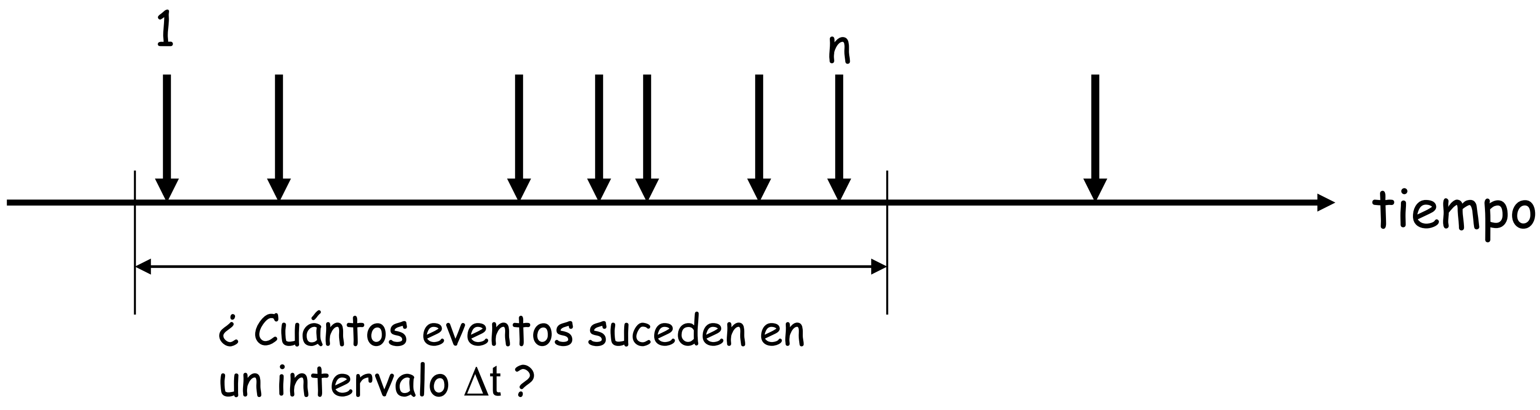
- Hipótesis fundamental en teoría clásica: llegadas independientes
- Tasa media de llegadas de llamadas de una gran población de fuentes (usuarios) independientes: λ



Número de llegadas

- Hipótesis:
  - En un intervalo suficientemente pequeño solo puede producirse una llegada
  - La probabilidad de una llegada en un intervalo suficientemente pequeño es directamente proporcional a la longitud del mismo (probabilidad $\lambda\Delta t$)
  - La probabilidad de una llegada en un intervalo es independiente de lo que suceda en otros intervalos
- Se demuestra que el número de llegadas en un intervalo sigue una distribución de Poisson

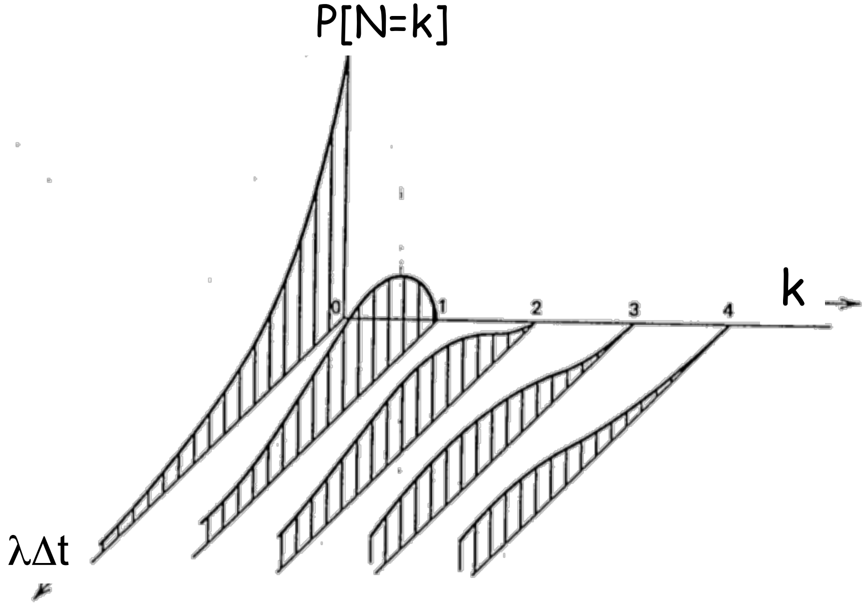
$$P_{\lambda\Delta t}[N=k]=\frac{(\lambda\Delta t)^k}{k!}e^{-\lambda\Delta t}$$



REDES
Área de Ingeniería Telemática

Distribución de Poisson

$$P[N=k]=\frac{(\lambda\Delta t)^k}{k!}e^{-\lambda\Delta t}$$



- Es una función de distribución:

$$\sum_{k=0}^{\infty}P[N=k]=\left(1+\lambda\Delta t+\frac{(\lambda\Delta t)^2}{2}+\frac{(\lambda\Delta t)^3}{6}+\ldots\right)e^{-\lambda\Delta t}=e^{\lambda\Delta t}e^{-\lambda\Delta t}=1$$

- Su valor medio es $\lambda\Delta t$:

$$\overline{N}=E[N]=\sum_{k=0}^{\infty}kP[N=k]=\left(0+\lambda\Delta t+(\lambda\Delta t)^2+\frac{(\lambda\Delta t)^3}{2}+\frac{(\lambda\Delta t)^4}{6}\ldots\right)e^{-\lambda\Delta t}=\lambda\Delta t e^{\lambda\Delta t}e^{-\lambda\Delta t}=\lambda\Delta t$$

Tiempos entre llegadas

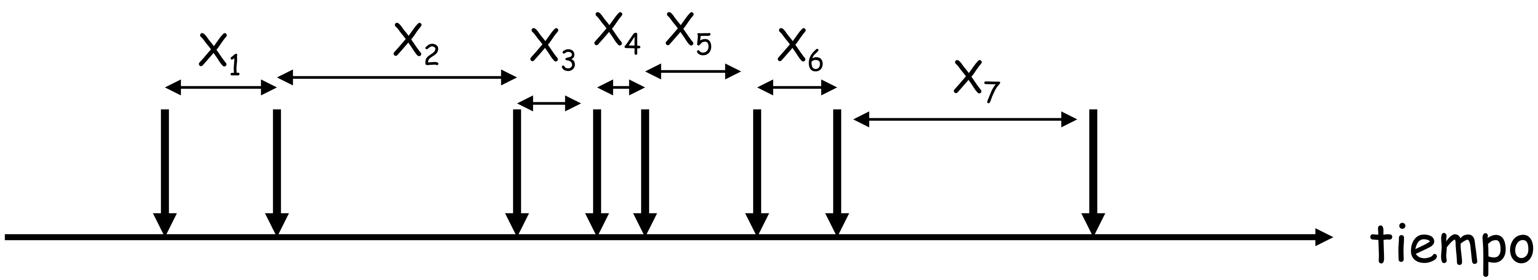
- Se demuestra que: si el número de eventos que ocurren en un intervalo sigue una distribución de Poisson los tiempos entre llegadas de eventos siguen una distribución exponencial
- El tiempo entre llegadas sigue una v.a. exponencial de parámetro λ
- X_i variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d.) ('X')

$$\boxed{p_X(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad \text{(t>0)}}$$

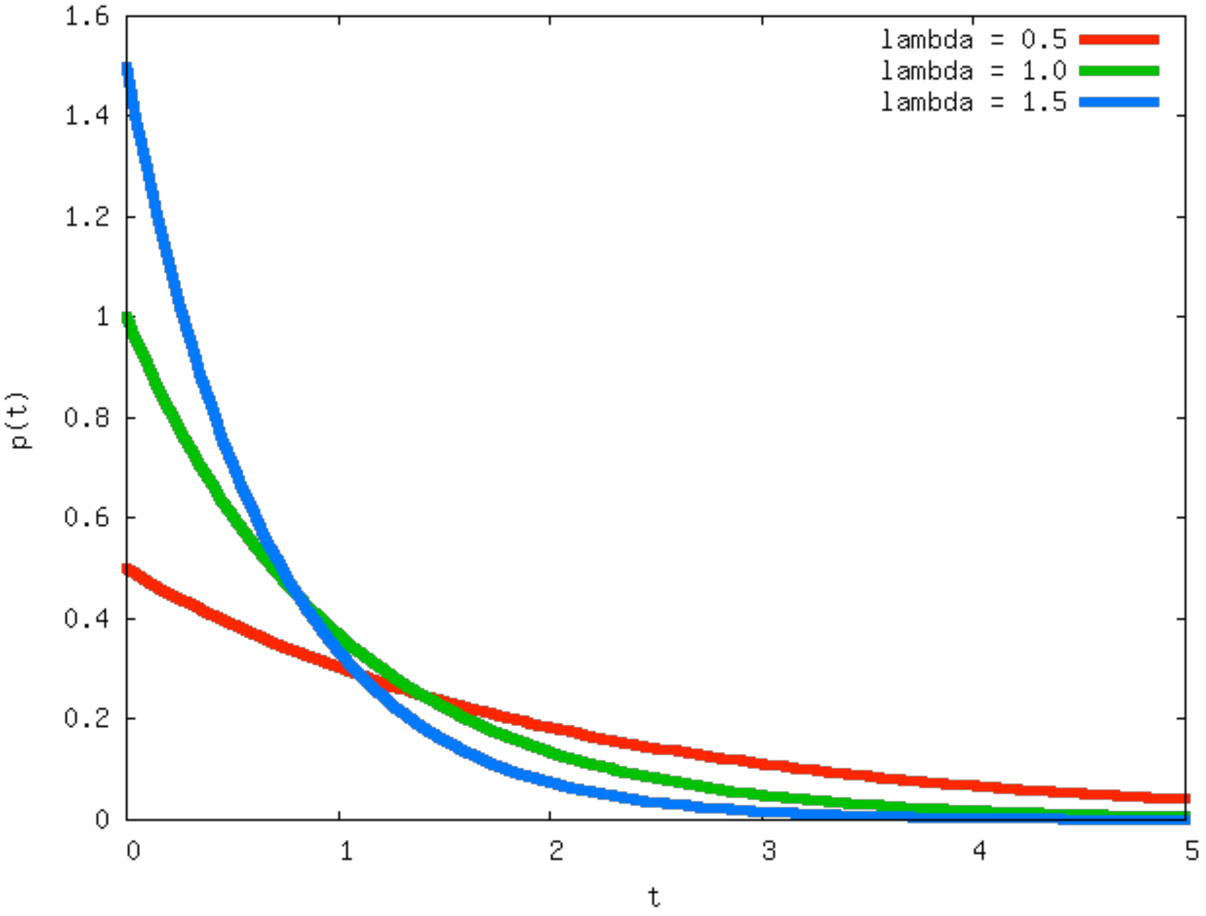
$$P[X < t] = 1 - e^{-\lambda t}$$

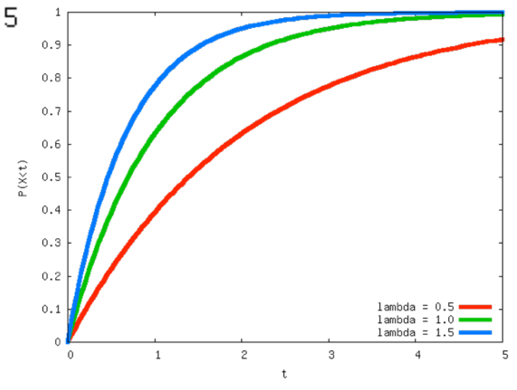
- Media: $E[X] = \int_0^{\infty} t\lambda e^{-\lambda t} = 1/\lambda$

- Tiempo medio entre llegadas 1/λ ⇒ en media λ llegadas por segundo

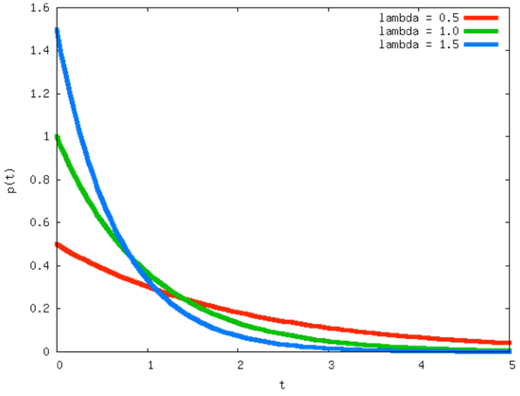


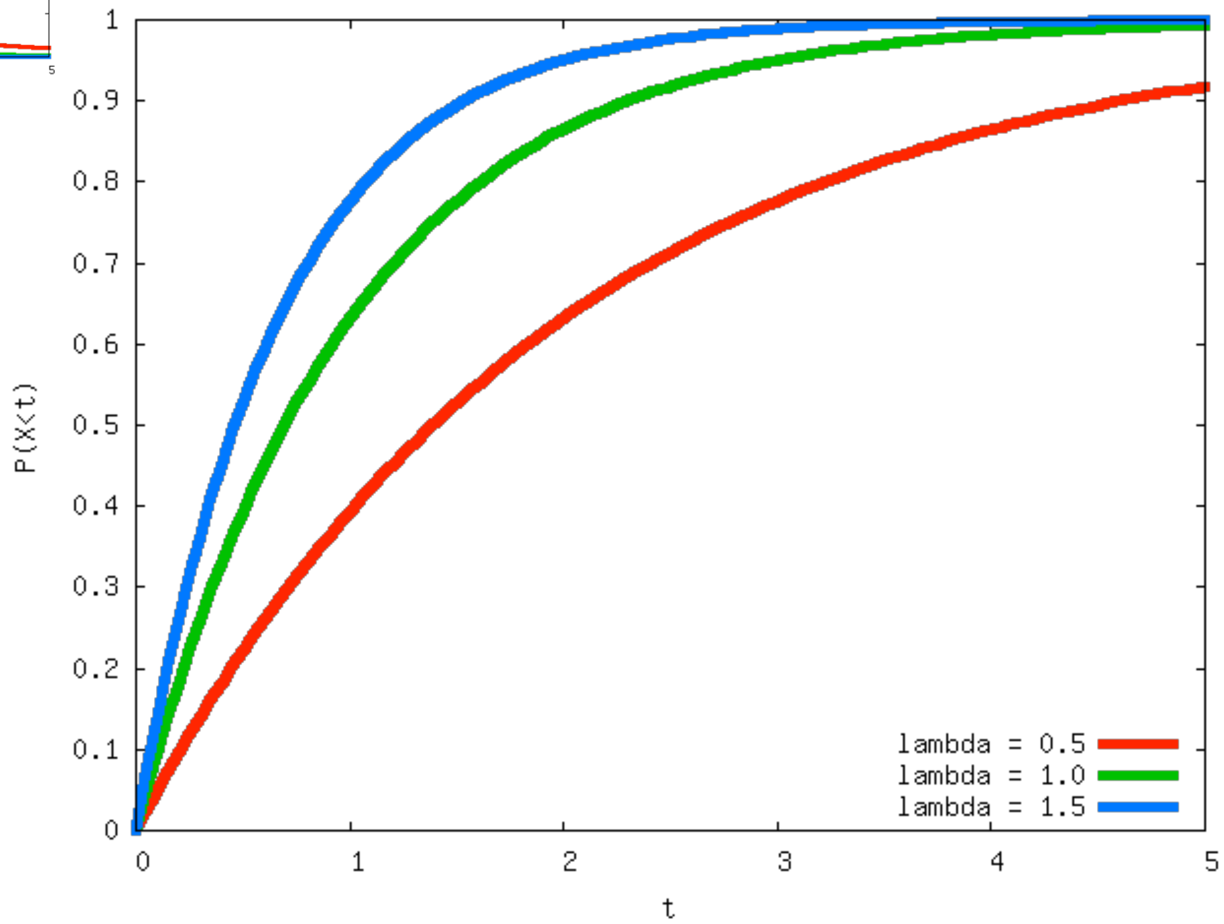
Variable aleatoria exponencial





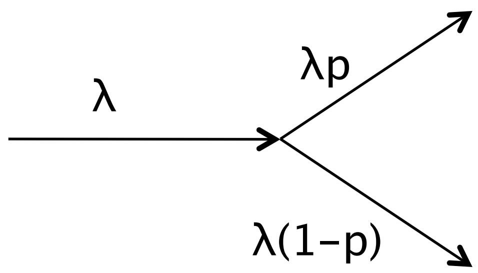
Variable aleatoria exponencial





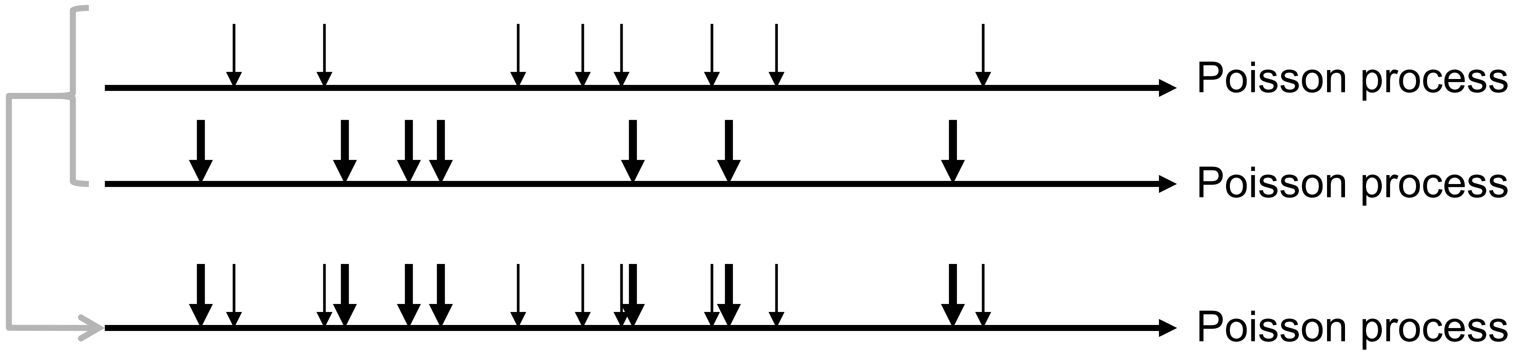
Random splitting

- Proceso de Poisson con tasa λ
- Repartidas las llegadas en dos grupos mediante Bernoulli de parámetro p
- Los procesos resultantes son procesos de Poisson de tasas λp y λ(1-p)

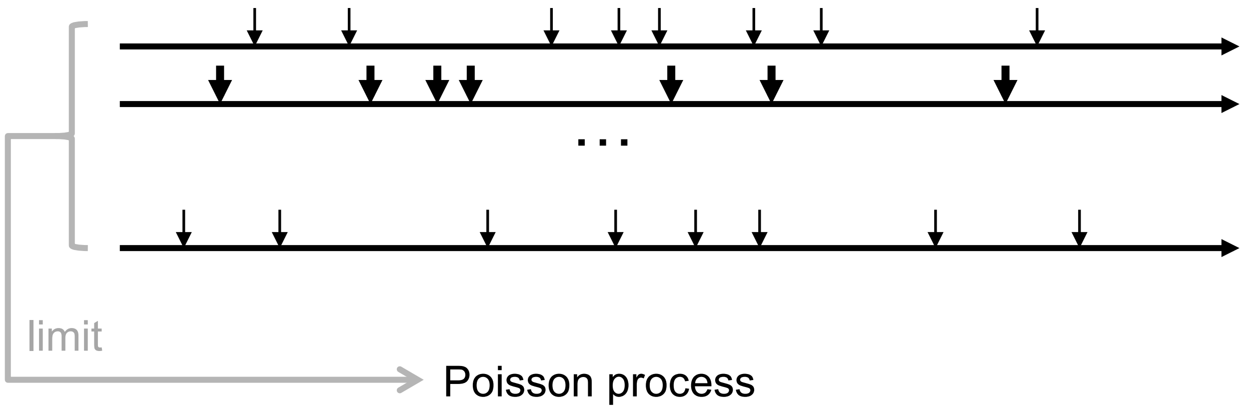


Superposición

- La superposición de dos procesos de Poisson es un proceso de Poisson de tasa la suma de las dos



- Para ciertos procesos muy comunes (independientes), la superposición de un grán número de ellos tiende a un proceso de Poisson

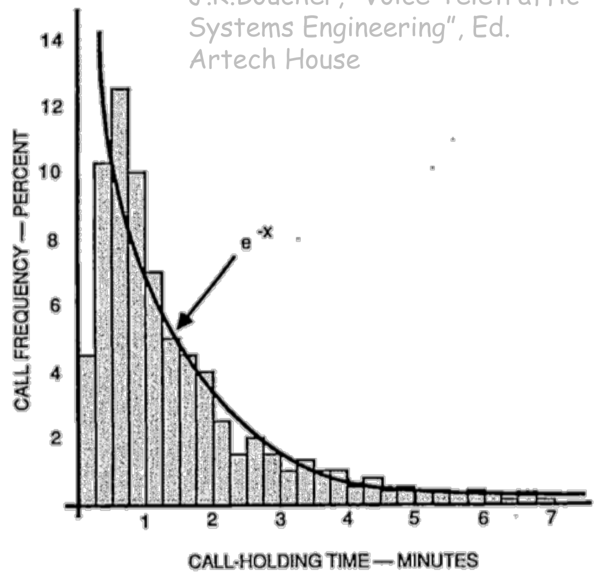


Tiempo de ocupación

REDES
Área de Ingeniería Telemática

- Duración de las llamadas
- Lo más simple: tiempo constante
  - Poco realista para llamadas
  - Actividades automáticas: reproducción de mensajes, procesado de señalización, etc.
- Tiempo exponencial
  - Variables aleatorias (continuas) ‘s_i’
  - i.i.d. (‘s’)
  - Tiempos menores de la media muy comunes
  - Cada vez menos comunes tiempos mayores que la media
  - Propiedad: el tiempo restante de una llamada es independiente de lo que haya durado hasta ahora
- Duración exponencial: ‘s’ caracterizada por su función de densidad

J.R.Boucher, “Voice Teletraffic Systems Engineering”, Ed. Artech House



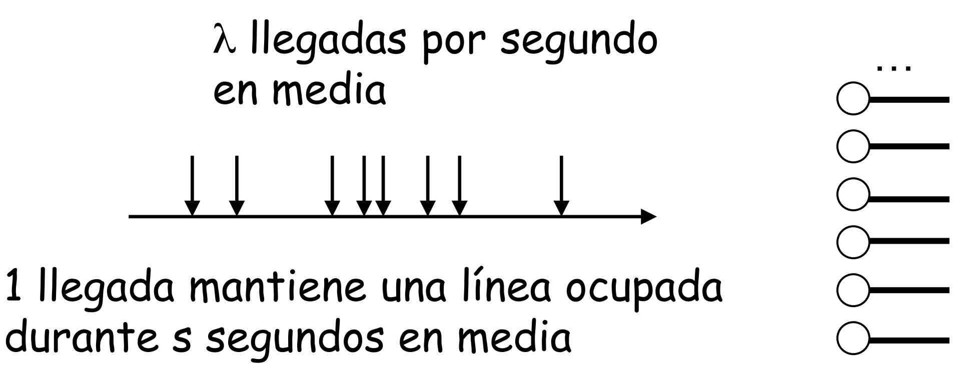
$$p_s(t) = \mu e^{-\mu t} \qquad \text{(t>0)}$$

$$\int_0^{\infty} \mu e^{-\mu t} = 1 \qquad \text{es una fdp}$$

$$\bar{s} = E[s] = 1/\mu$$

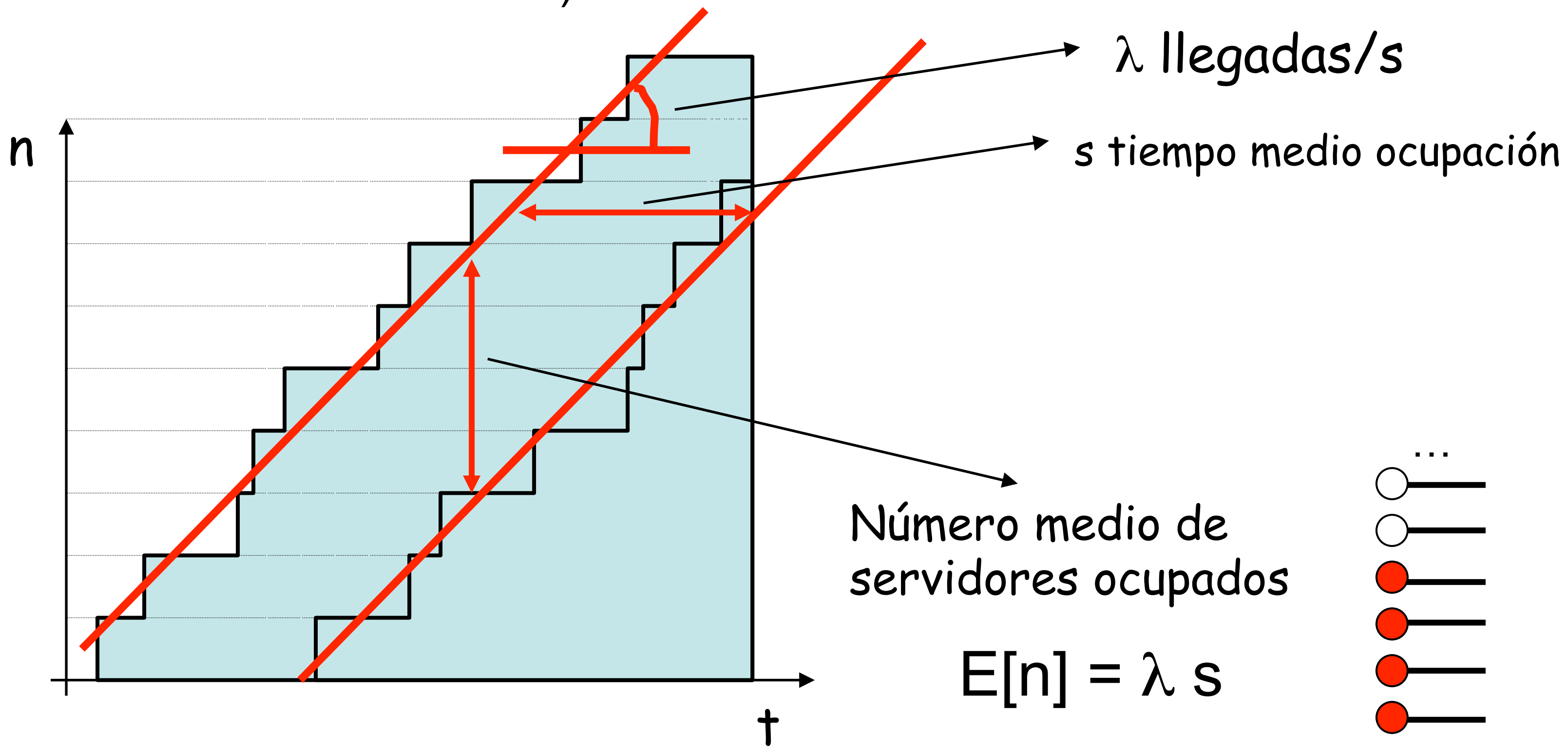
Intensidad de trafico

- Infinitas líneas
- Llamadas que se generan con una tasa media λ
- Tiempo medio de duración s
- ¿ Intensidad de tráfico que representan ?



Intensidad de trafico

- $E[n] = \lambda s$
- Esto es conocido como la Fórmula de Little
- λs
  - Es el tráfico medido en Erlangs
  - Equivalente al número de recursos que se ocuparían en el sistema con esa carga si el sistema tuviera infinitos recursos (condiciones de servicio ideales)



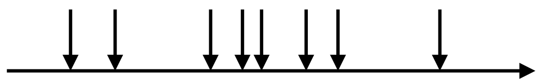
Número de líneas ocupadas

- Hipótesis:
  - Llamadas proceso de **Poisson** con tasa λ
  - Solicitudes de servicio de duración **constante** ‘s’
- ¿ Número de líneas ocupadas en un instante cualquiera ?
  - Es una variable aleatoria
  - La probabilidad de que ‘j’ líneas estén ocupadas en un instante es la probabilidad de ‘j’ llegadas en el intervalo previo de duración ‘s’
  - Depende solo de la intensidad de tráfico λs, que es la media de esta variable (A = λs)
  - Resulta ser válido independiente de la distribución de ‘s’ (sin demostración)

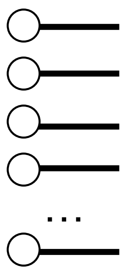
Intensidad de tráfico

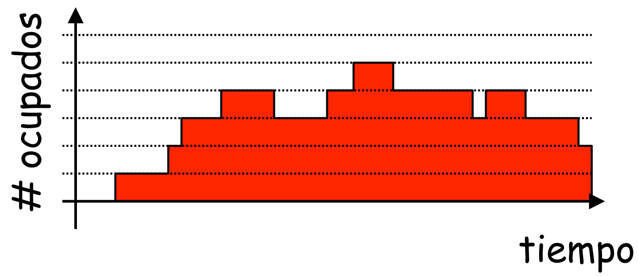
$$P_{\lambda s}[N = j] = \frac{(\lambda s)^j}{k!} e^{-\lambda s}$$

λ Llegadas
por segundo



1 llegada mantiene una línea ocupada
durante s segundos



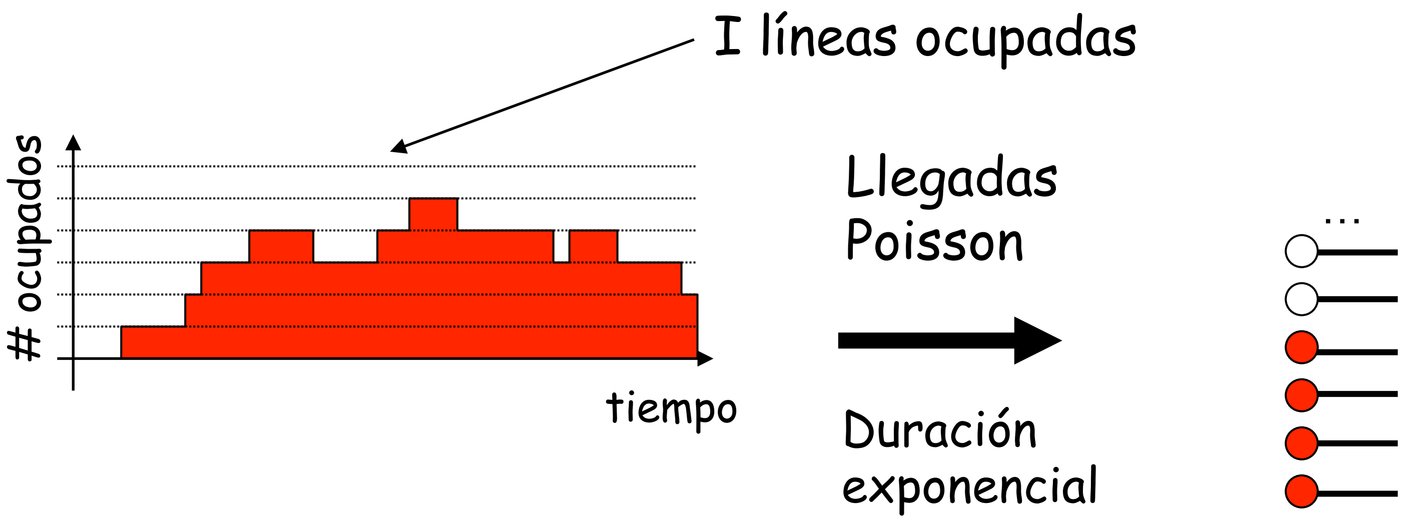


Recursos finitos

- Normalmente dispondremos de recursos finitos (capacidad)
- Problemas de interés
  - ¿ Cuál es la probabilidad de que una llamada encuentre el sistema ocupado ?
  - ¿ Cuál es el número de líneas necesarias para una probabilidad objetivo ?
  - ¿ Cuál es el tráfico que atraviesa ese sistema y forma la carga del siguiente sistema ?

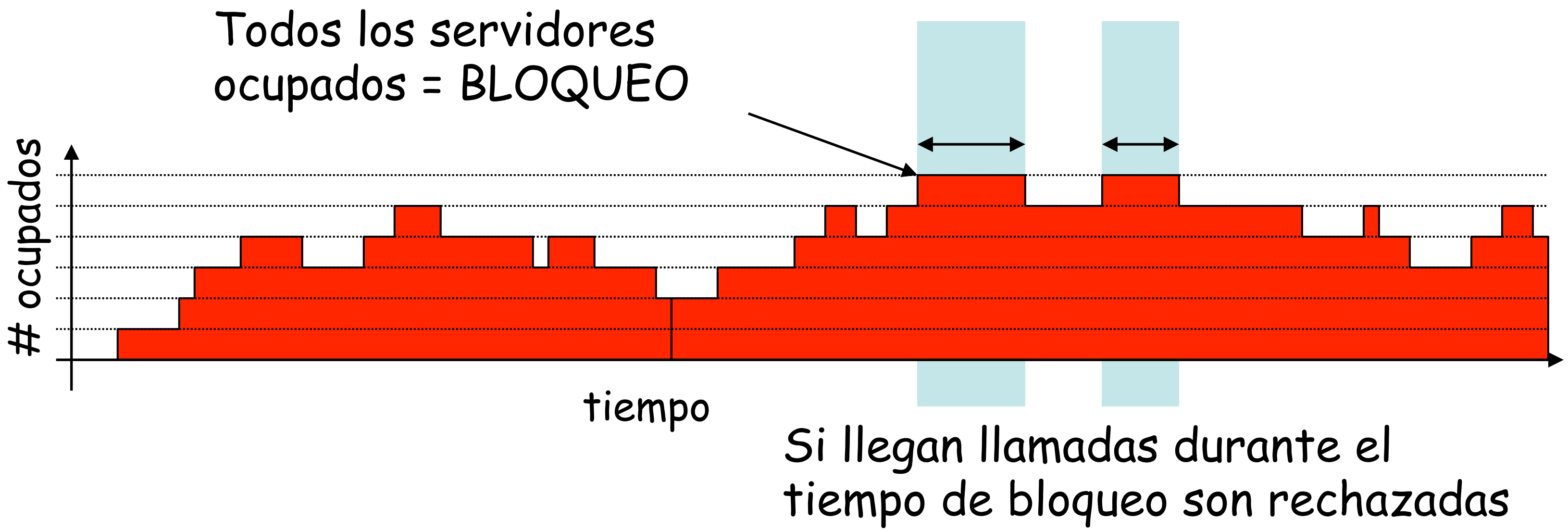
Probabilidad de bloqueo

- Llegadas según proceso de Poisson de tasa λ
- Duración exponencial de media s
- Variable aleatoria (o más bien proceso aleatorio)
  - I número de servidores ocupados en cada instante de tiempo
  - La intensidad de tráfico es $E[I] = A = \lambda s$



Probabilidad de bloqueo

- Cuando la variable `I` toma valor = número de servidores el sistema está en BLOQUEO
- ¿ Cuál es la probabilidad de que el sistema esté en situación de bloqueo ?



Probabilidad de bloqueo

- En un sistema con
  - Llegadas Poisson(λ)
  - Duraciones Exp(1/s)
  - Tráfico de entrada A = λs
  - k servidores
  - Las llamadas que llegan al sistema bloqueado se pierden
  - Probabilidad de bloqueo: ¿Cuál es P[I=n]? (…)
- $P[I=n] = B(a,k)$
- $B(a,k)$ es conocida como función B de Erlang (o ErlangB)

upna Universidad Pública de Navarra Nafarroako Unibertsitate Publikoa

REDES
Área de Ingeniería Telemática

B de Erlang

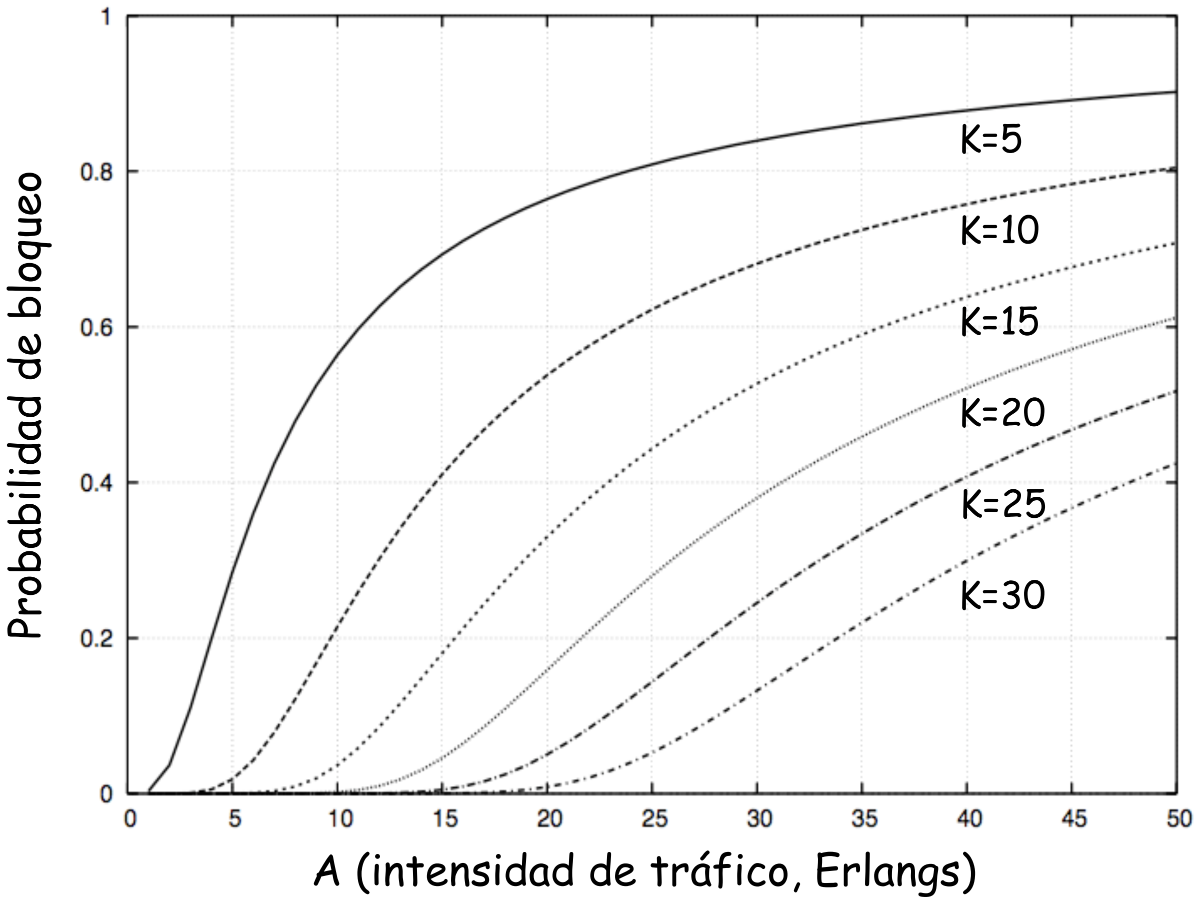
- Fórmula:

$$B(A,k) = \frac{\dfrac{A^k}{k!}}{\displaystyle\sum_{i=0}^{k} A^i / i!}$$

- Cálculo recursivo:

$$B(A,0) = 1$$

$$B(A,j) = \frac{A \cdot B(A,j-1)}{A \cdot B(A,j-1) + j}$$



Tráfico cursado

- Si un conjunto k de líneas tiene un tráfico ofrecido de I Erlangs y una probabilidad de bloqueo, ¿cuánto tráfico atraviesa las líneas?

  Esto será el **tráfico cursado** y será a su vez el tráfico ofrecido al siguiente sistema al que lleguen las líneas

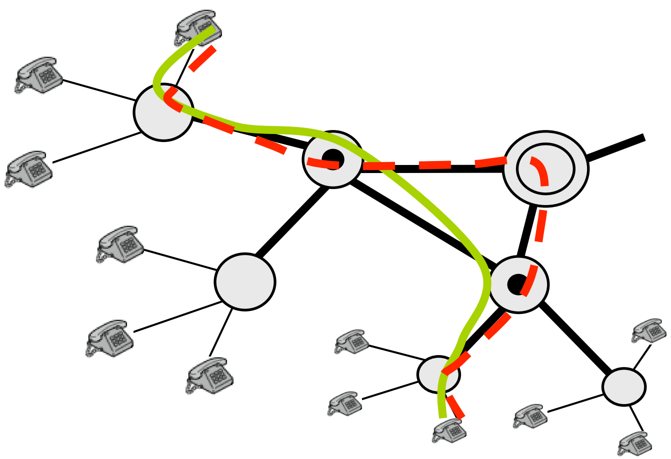
  $$I_c = I_{in} (1 - P_b) = I_{in} (1 - B(I_{in} , k))$$

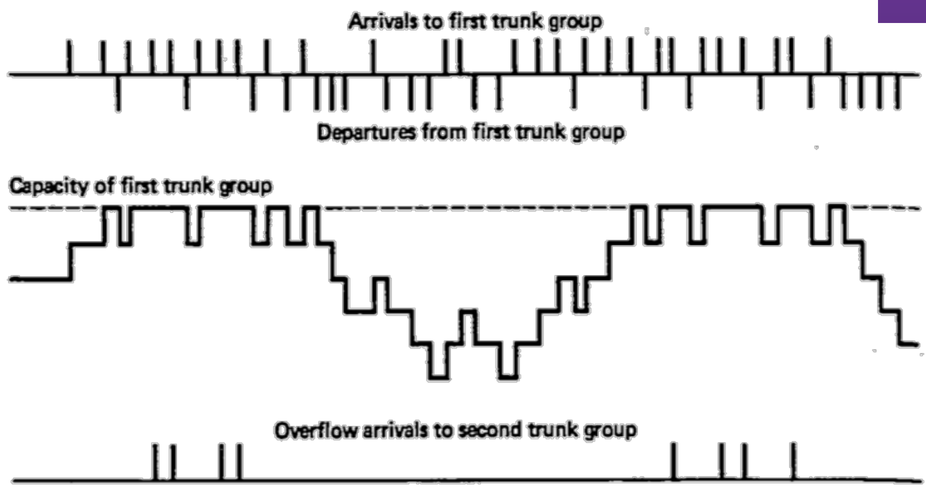
  I_c : tráfico cursado

  I_{in} : tráfico ofrecido o de entrada

Tráfico de desbordamiento

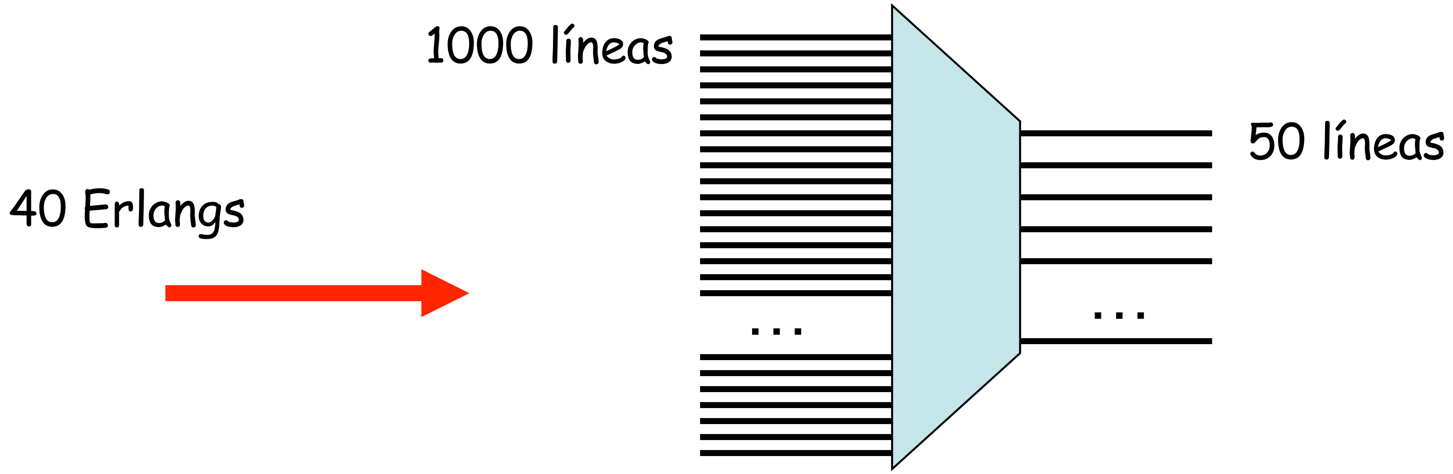
- No puede ser cursado por el camino principal (por bloqueo)
- Se “desborda” (overflow) a una ruta secundaria
- Un proceso de Poisson del que se eliminan aleatoriamente (iid) muestras con probabilidad p sigue siendo un proceso de Poisson, pero con menor tasa ($p\lambda$)
- En nuestro caso las llamadas desbordadas suelen ir en bloques
- Eso da mayores probabilidades de bloqueo que con un proceso de Poisson de igual media
- Se aproxima con un proceso de Poisson de mayor tasa
- (En los problemas en caso de no disponer de las tablas emplearemos Poisson de igual tasa, aunque esto es subdimensionar)





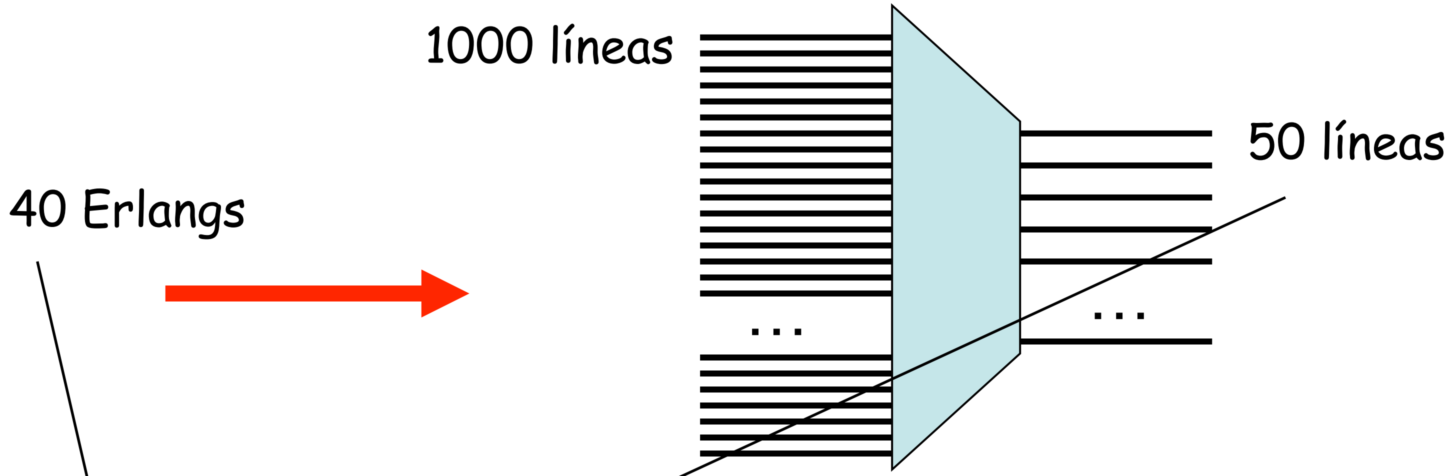
Ejemplos (1)

- 1000 líneas llegan a un concentrador que selecciona 50 para entrar a una centralita
- Los usuarios generan un tráfico de 40 Erlangs
- ¿ Cuál es la probabilidad de bloqueo ?



Ejemplos (1)

- 1000 líneas llegan a un concentrador que selecciona 50 para entrar a una centralita
- Los usuarios generan un tráfico de 40 Erlangs
- ¿ Cuál es la probabilidad de bloqueo ?

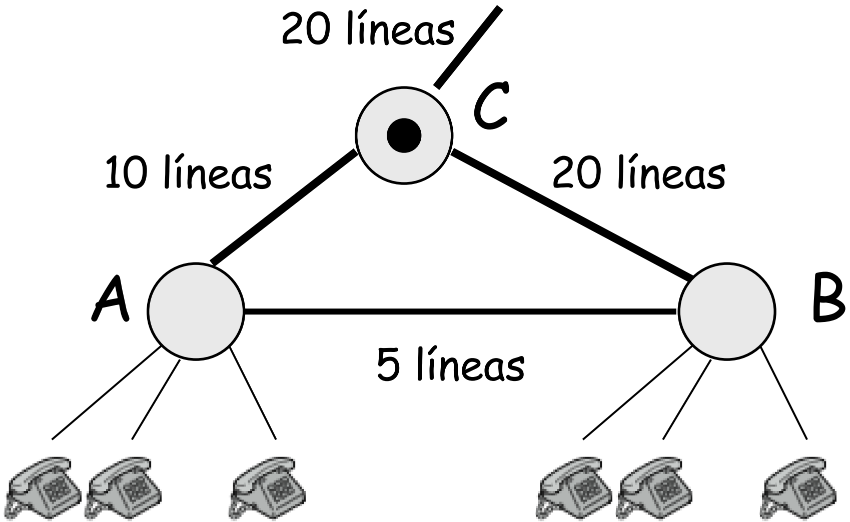


- La probabilidad de bloqueo es

P_b=B(40, 50) = 0.0187 casi un 2%

Ejemplos (2)

- En la centralita A de la figura las llamadas con destino a B se encaminan si es posible por el enlace directo a B y en caso de estar ocupado a través de la central primaria
- ¿ Cuál es el tráfico que cursa el enlace A-C y cuál es la probabilidad de bloqueo de una llamada de un abonado de A a uno de B ?

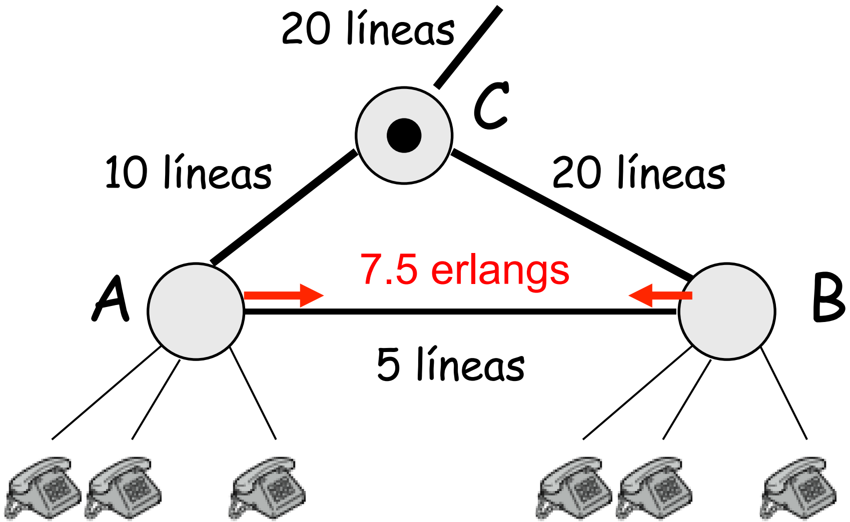


Demanda en Erlangs

Origen	a A	a B	Al exterior
De A	2	4.5	4.5
De B	3	3.2	5
Exterior	2	2	-

Ejemplos (2)

- Las 5 líneas entre A-B soportan un tráfico de 3+4.5=7.5 Erlangs
- Al ser 5 líneas la probabilidad de bloqueo es $p_1 = B(7.5,5) \approx 0.45$
  - Casi el la mitad de las llamadas no puede ir por la sección directa
  - Eso genera que un 45% del trafico que iba por ahí acabe yendo por C
  - Definimos: $q_1 = 1-p_1 = 0.55$

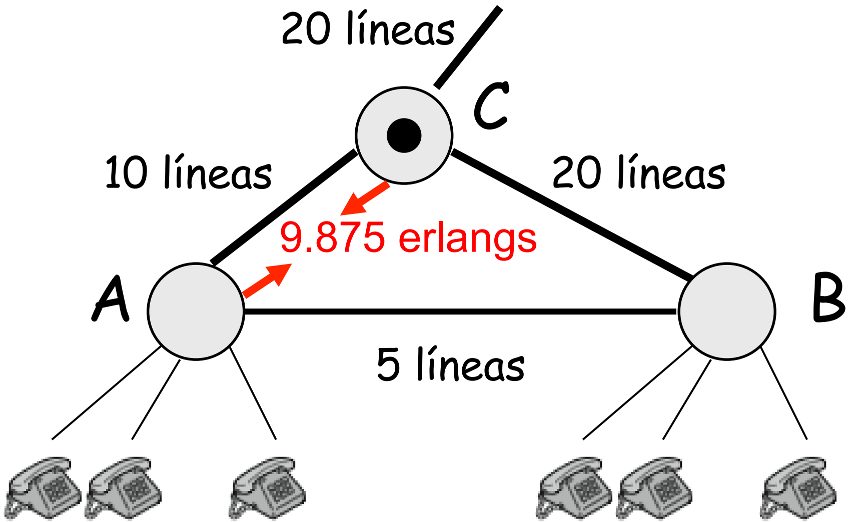


Demanda en Erlangs

Origen	a A	a B	Al exterior
De A	2	4.5	4.5
De B	3	3.2	5
Exterior	2	2	-

Ejemplos (2)

- El enlace entre A-C soporta un tráfico de:
  - Llamadas entre A y el exterior: 4.5 + 2 = 6.5 Erlangs
  - Llamadas entre A y B que no pueden ir directamente: 7.5 x 0.45 = 3.375 E
  - Total 9.875 Erlangs (aproximamos que es Poisson)
- 10 líneas con 9.875 Erlangs de demanda tienen una probabilidad de bloqueo de $p_2 = B(9.875,10) \approx 0.21$ (21%) ($q_2=1-p_2=0.79$)
- El enlace A-C tiene una probabilidad de bloqueo en torno al 21%

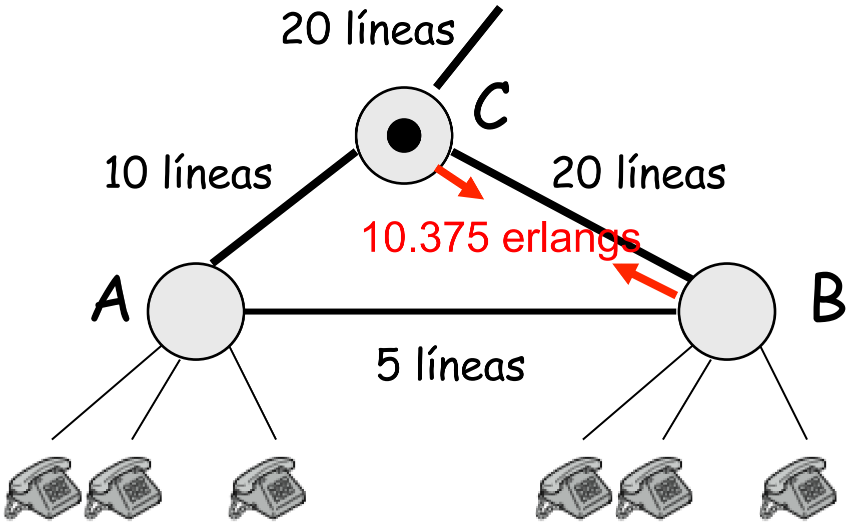


Demanda en Erlangs

Origen	a A	a B	Al exterior
De A	2	4.5	4.5
De B	3	3.2	5
Exterior	2	2	-

Ejemplos (2)

- El enlace B-C soporta un tráfico de:
  - Llamadas entre B y el exterior: 5 + 2 = 7 Erlangs
  - Llamadas entre A y B que no pueden ir directamente: 7.5 x 0.45 = 3.375 E
  - Total 10.375 Erlangs (aproximamos que es Poisson)
- 20 líneas con 10.375 Erlangs de demanda tienen una probabilidad de bloqueo de $p_3 = B(10.375,20) \approx 0.0027$ (0.27%)
- Prácticamente despreciable ($q_3 = 1-p_3 \approx 1$ comparado con el resto)



Demanda en Erlangs

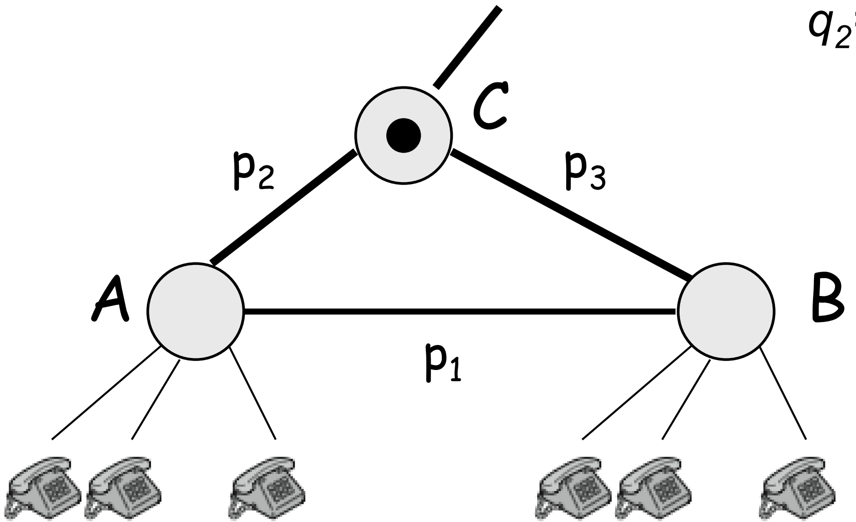
Origen	a A	a B	Al exterior
De A	2	4.5	4.5
De B	3	3.2	5
Exterior	2	2	-

Ejemplos (2)

- Probabilidades de bloqueo en cada enlace: p_1, p_2 y p_3
- Asumimos independencia
- Probabilidad de bloqueo de llamadas entre A y B: que ambos caminos se bloqueen (A-B y A-C-B)
- Probabilidad de que se bloquee el camino A-C-B = probabilidad de que se bloquee al menos uno de los dos (A-C y/o A-C-B) = 1 – probabilidad de que ninguno de los dos se bloquee

$$Pbloq_{A-B} = p_1(1-(1-p_2)(1-p_3)) = p_1(1-q_2q_3) \approx p_1p_2$$

$q_2=1-p_2$, $q_3=1-p_3\approx 1$

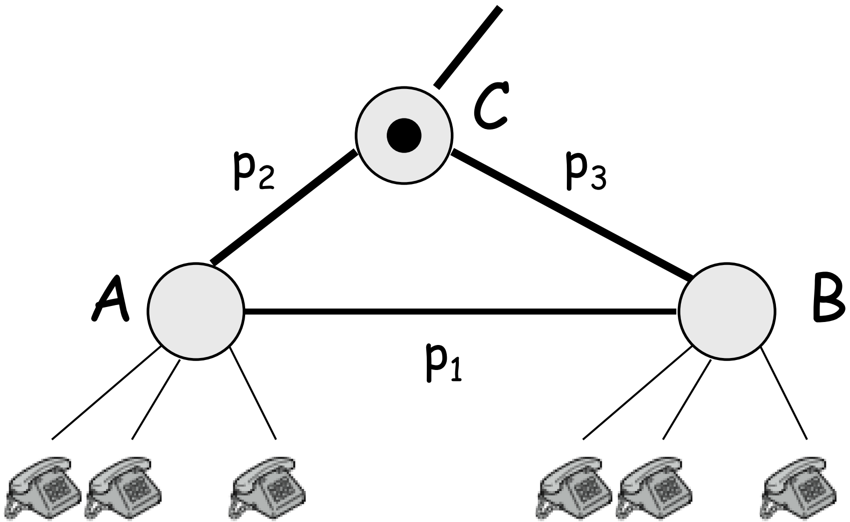


Demanda en Erlangs

Origen	a A	a B	Al exterior
De A	2	4.5	4.5
De B	3	3.2	5
Exterior	2	2	-

Ejemplos (2)

- Tráfico cursado por el enlace A-C:
  - Ofrecido a A-C-B (el desbordado de A-B) que es cursado: 3.375 x $q_2 q_3$
  - + tráfico de A con el exterior que es cursado: 6.5 x q_2
  - = 3.375 x (1-0.21)(1-0.0027) + 6.5 x (1-0.21) = 7.794 Erlangs

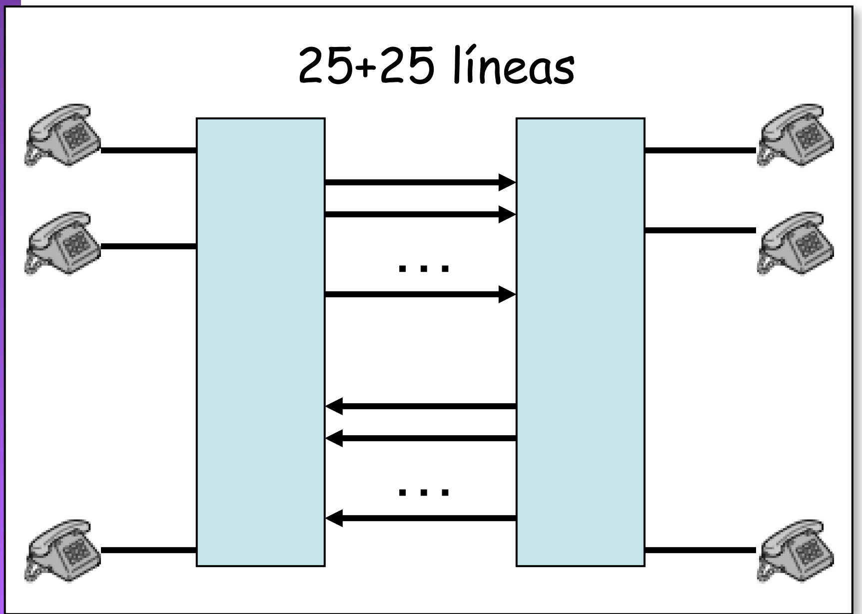


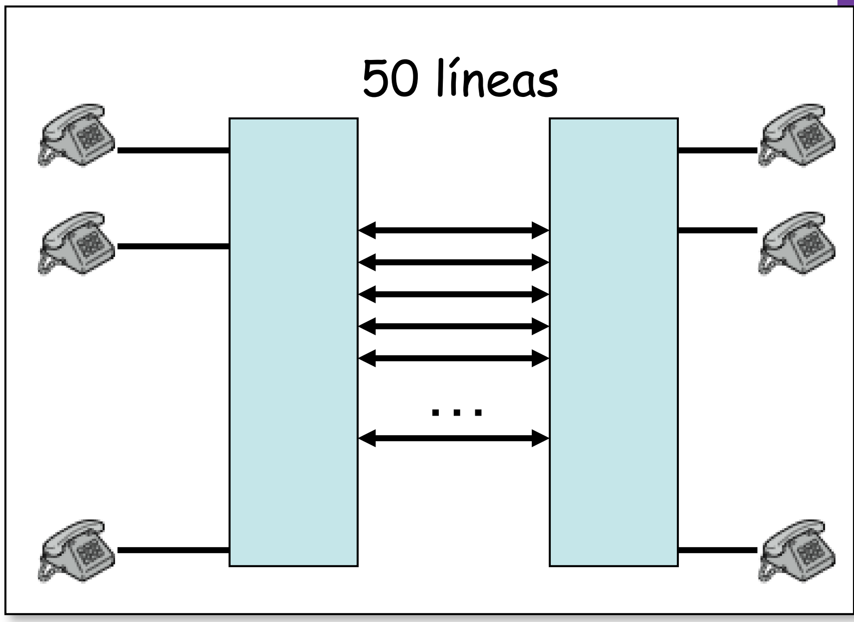
Demanda en Erlangs

Origen	a A	a B	Al exterior
De A	2	4.5	4.5
De B	3	3.2	5
Exterior	2	2	-

Ejemplos (3)

- Entre dos centralitas tenemos la posibilidad de:
  - asignar 25 troncales para llamadas salientes de A y 25 troncales para llamadas entrantes a A
  - O bien asignar las 50 troncales para que se puedan usar indistintamente en llamadas en cualquier dirección
- ¿ Qué es mejor ?





Ejemplos (3)

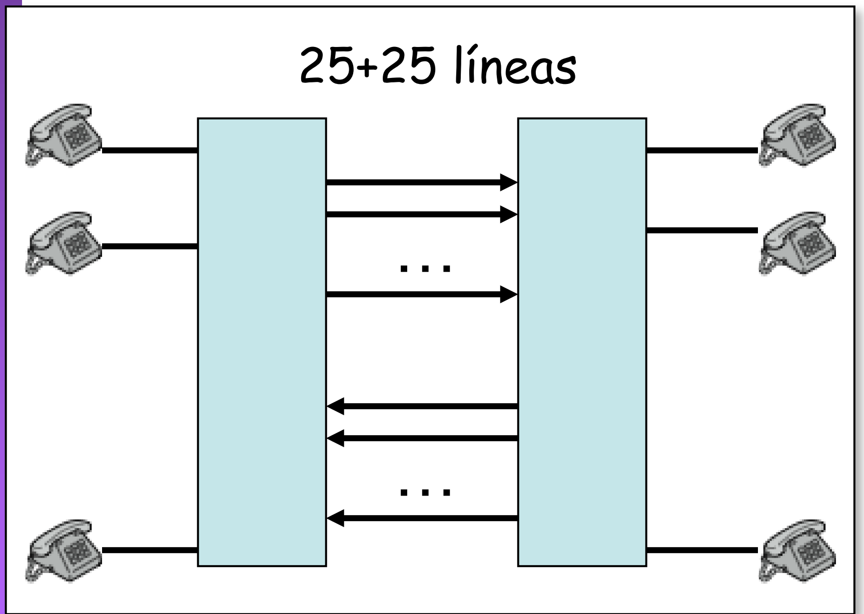
- Suponiendo que el tráfico que intenta ir de B a A es el mismo que el de A a B llamémosle I (pongamos 15 erlangs)
- Probabilidad de bloqueo en el caso 1:

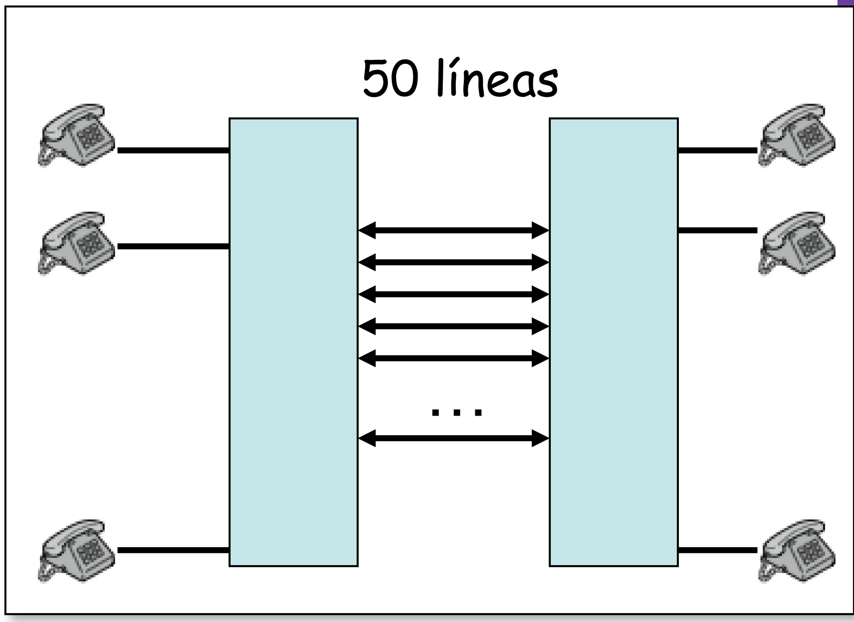
  P_b(A->B)=B(I,25) P_b(B->A)=B(I,25)

  B(15,25)=0.005   0.5%
- Probabilidad de bloqueo en el caso 2:

  P_b(cualquier dirección)=B(I+I,50)

  B(30,50)=0.0002   0.02%   20 veces menos !!!





Mayor complejidad

- *¿ Qué ocurre si las llamadas se retienen hasta que sean atendidas ?*

  Teoría de colas (función C de Erlang)

- *¿ Qué ocurre si tenemos en cuenta que hay un número finito (y conocido) de usuarios ?*

  Fórmula de Engset

Preguntas pendientes

- *¿Y en el caso de conmutación de paquetes?*
  - Teoría de colas
  - Problemas más complicados
  - Peores aproximaciones
  - Mayor número de problemas sin resolver

Conclusiones

- El tráfico telefónico se modela mediante procesos de llegadas de Poisson y duraciones exponenciales
- La probabilidad de bloqueo se calcula mediante la B de Erlang
- Aproximaciones con tráfico de desbordamiento

REDES
Área de Ingeniería Telemática

Referencias

- Richard A.Thompson, "Telephone switching systems", Ed. Artech House, capítulo 5
- John C. Bellamy, "Digital Telephony", Ed. Wiley Interscience, último capítulo

Ingeniería de Teletráfico

Area de Ingeniería Telemática
http://www.tlm.unavarra.es

Redes
4º Ingeniería en Informática