

Control de acceso al medio

Area de Ingeniería Telemática
<http://www.tlm.unavarra.es>

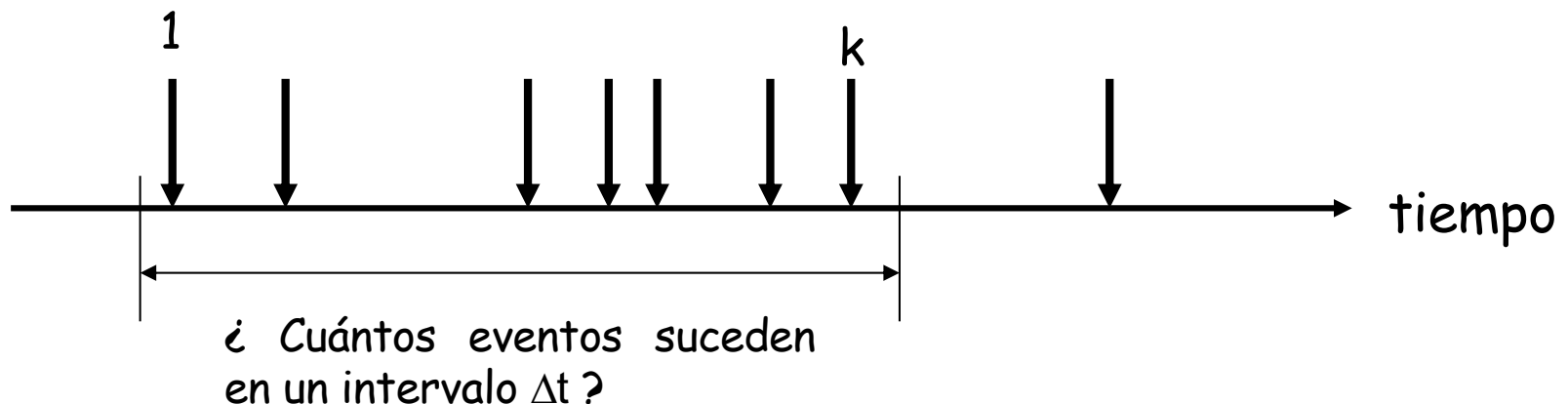
Arquitectura de Redes, Sistemas y Servicios

Proceso de Poisson

Número de llegadas

- Hipótesis:
 - En un intervalo suficientemente pequeño solo puede producirse una llegada
 - La probabilidad de una llegada en un intervalo suficientemente pequeño es directamente proporcional a la longitud del mismo (probabilidad $\lambda\Delta t$)
 - La probabilidad de una llegada en un intervalo es independiente de lo que suceda en otros intervalos
- Se demuestra que el número de llegadas en un intervalo sigue una distribución de Poisson

$$P_{\lambda\Delta t}[N = k] = \frac{(\lambda\Delta t)^k}{k!} e^{-\lambda\Delta t}$$



Tiempos entre llegadas

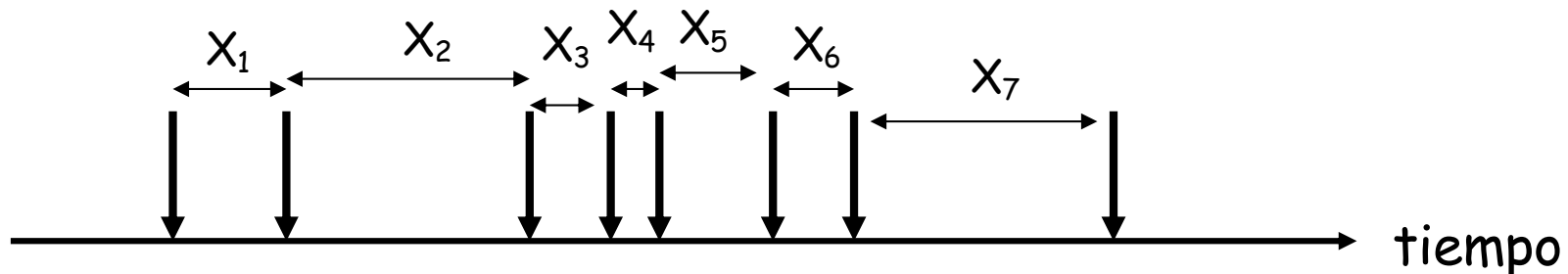
- Se demuestra que: si el número de eventos que ocurren en un intervalo cualquiera sigue una distribución de Poisson, los tiempos entre llegadas de eventos siguen una distribución exponencial
- El tiempo entre llegadas sigue una v.a. exponencial de parámetro λ
- X_i variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d.) ('X')

$$p_X(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (t > 0)$$

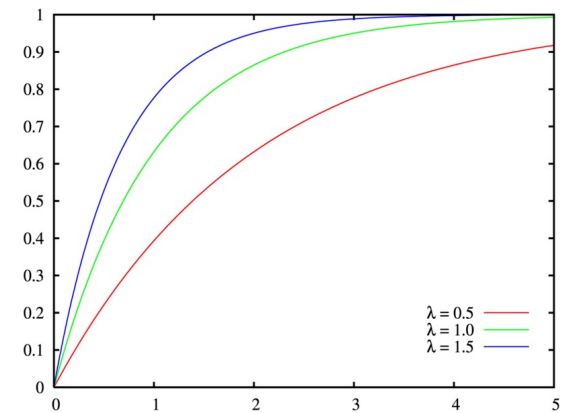
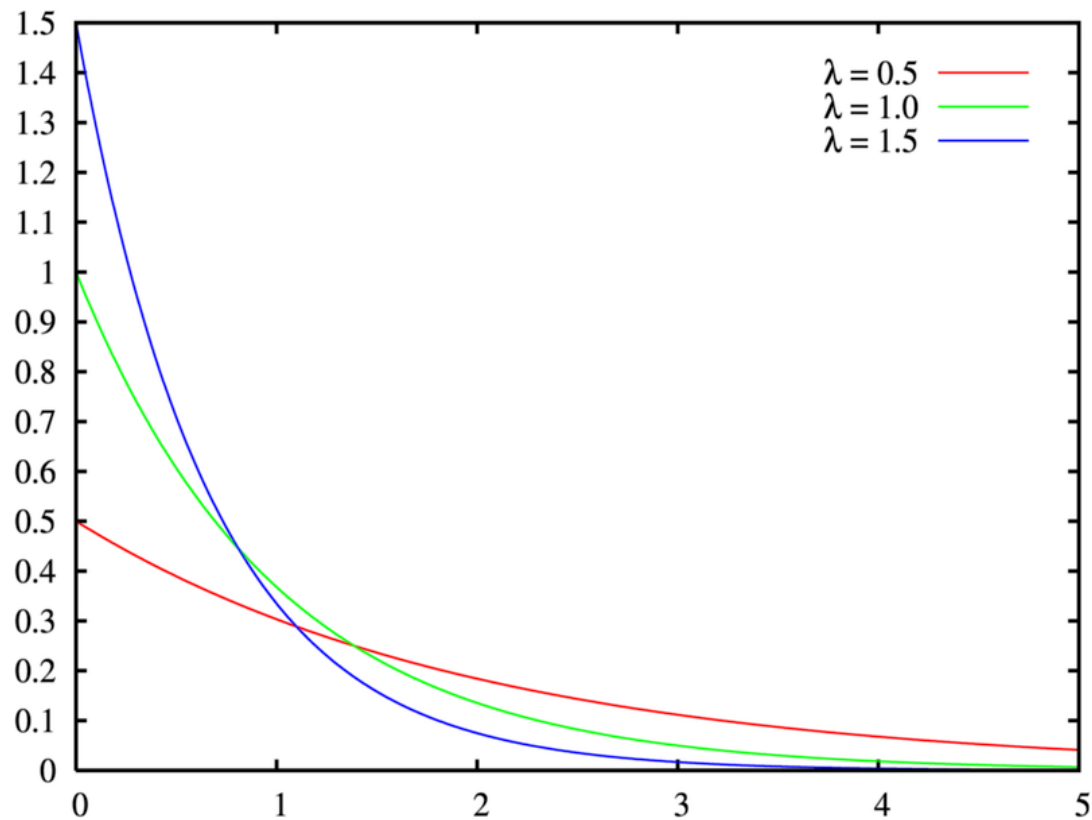
$$P[X < t] = 1 - e^{-\lambda t}$$

- Media: $E[X] = \int_0^{\infty} t \lambda e^{-\lambda t} = 1/\lambda$

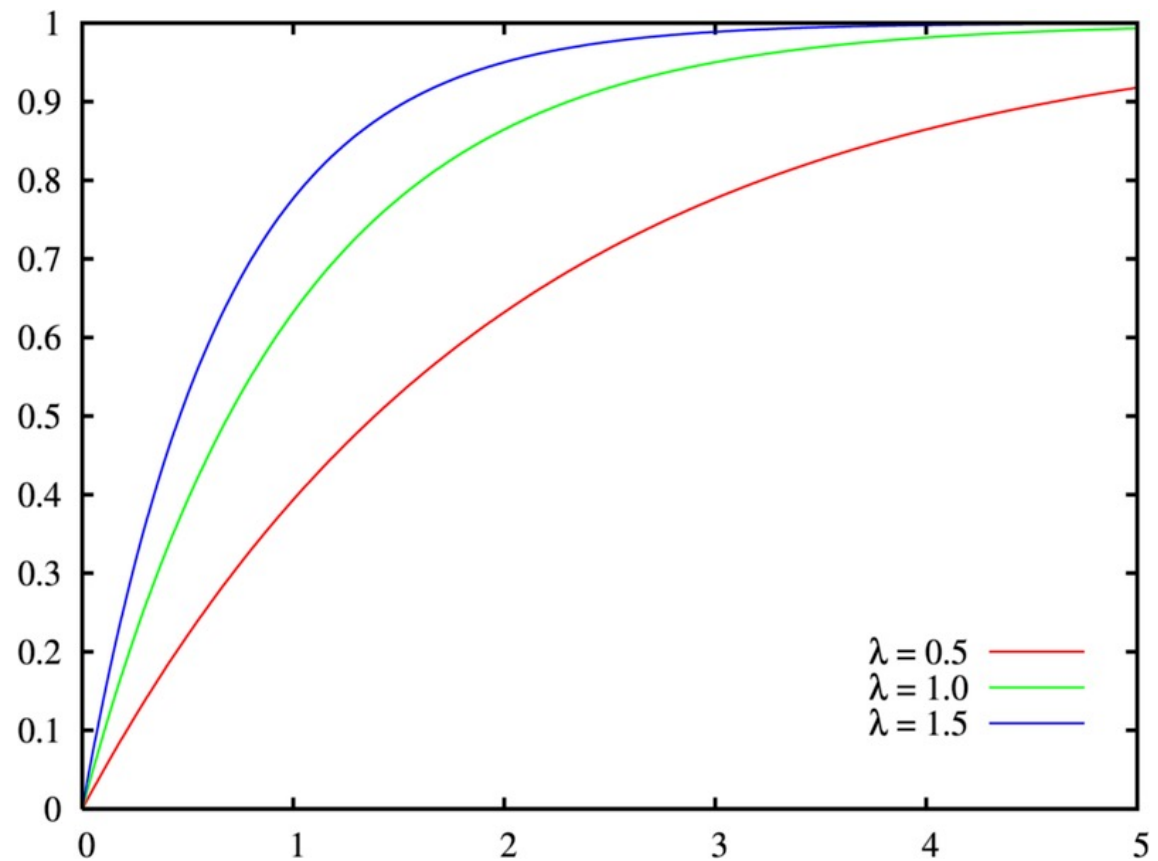
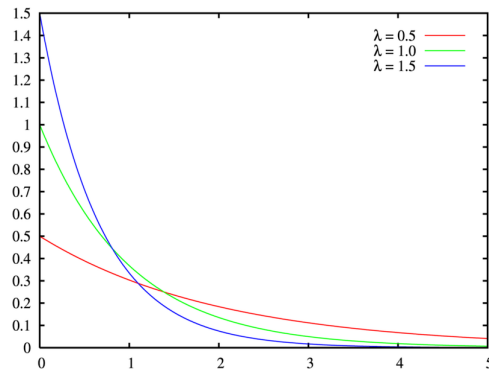
- Tiempo medio entre llegadas $1/\lambda \Rightarrow$ en media λ llegadas por segundo



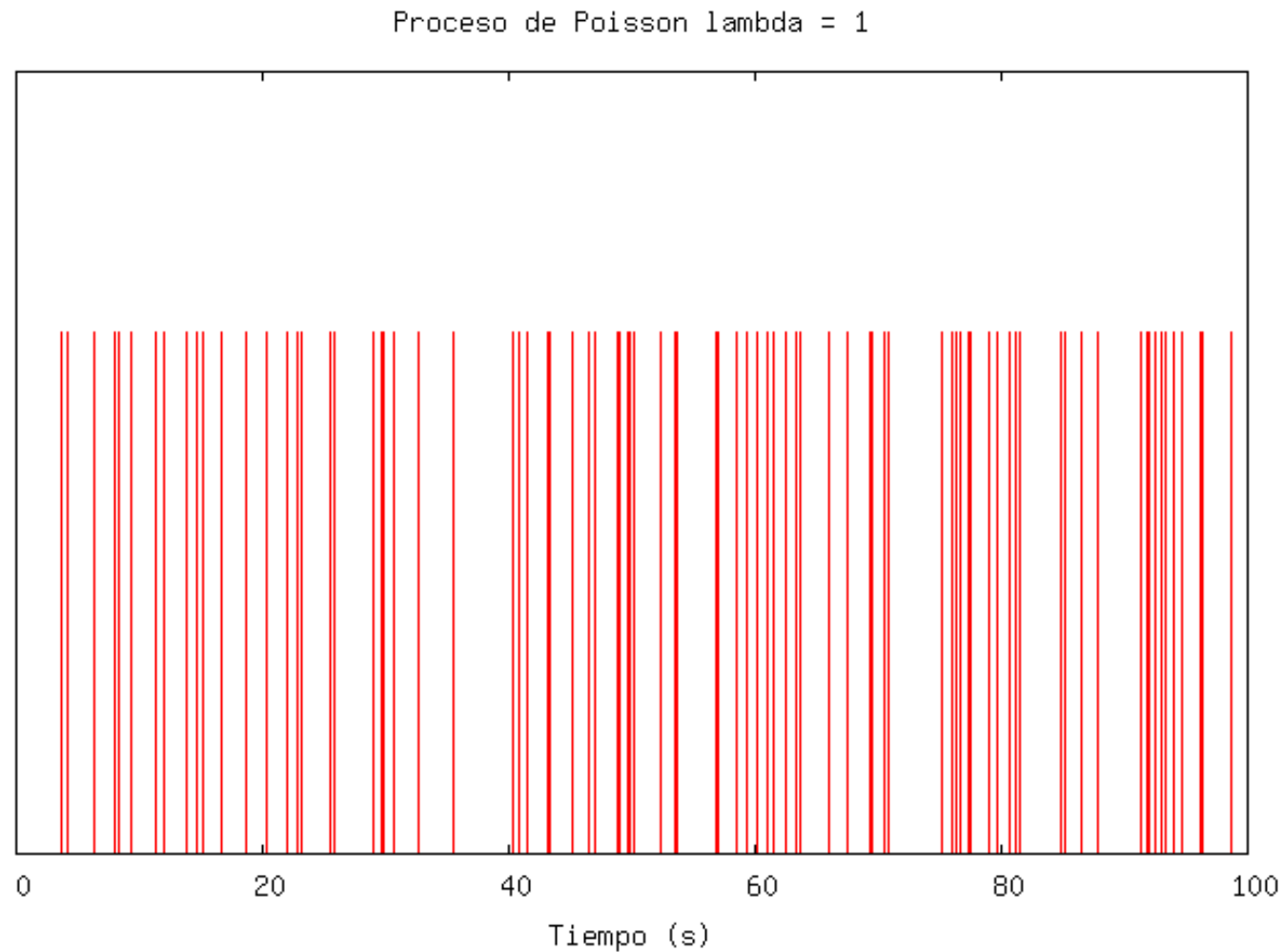
Ejemplo (exponencial)



Ejemplo (exponencial)



Ejemplo (proceso de Poisson)



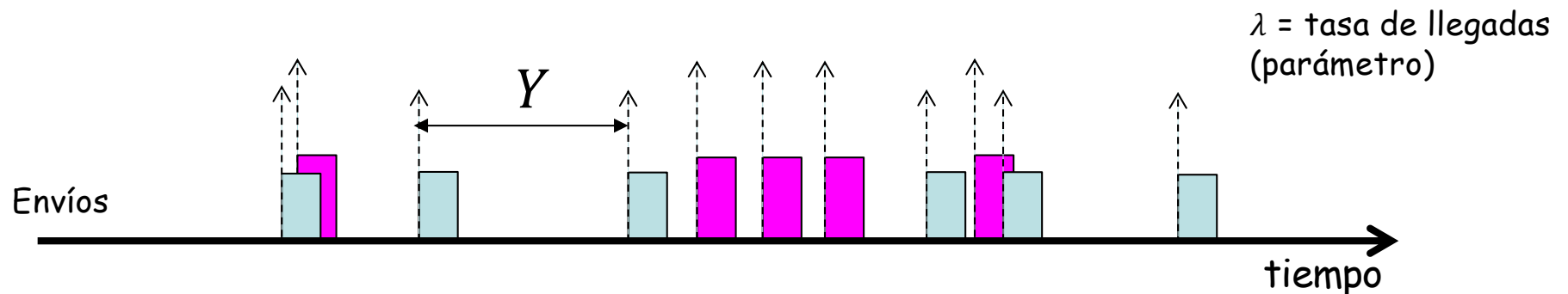
ALOHA: Probabilidad de colisión analítica

Aproximaciones del modelo

- Suponemos que el proceso multiplexado es un proceso de Poisson de tasa λ (llegadas por unidad de tiempo)
- Eso quiere decir que en un intervalo de tiempo cualquiera T , la cantidad de llegadas viene descrita por una variable aleatoria de Poisson con parámetro λT
- λ es el número medio de llegadas en un intervalo $T=1$
- El tiempo entre dos llegadas consecutivas sigue una variable aleatoria exponencial con parámetro λ

Número de llegadas $P(X = x|\lambda) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}, x = 0, 1, 2, \dots$

Tiempo entre llegadas $P(Y \leq y) = 1 - e^{-\lambda y}, y \geq 0$ $E[X] = \lambda$

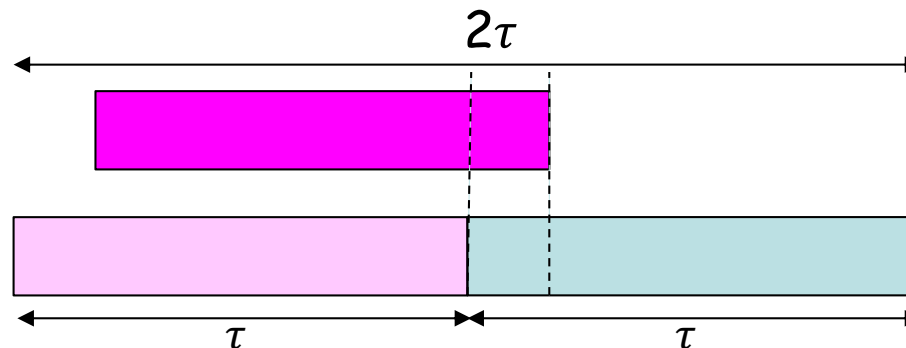


Probabilidad de colisión

- Se producirá una colisión si se produce otra llegada en un intervalo de anchura 2τ
- Probabilidad de que no haya colisión será la probabilidad de que el tiempo entre dos llegadas sea al menos 2τ

$$P(Y > 2\tau) = 1 - P(Y \leq 2\tau) = 1 - (1 - e^{-2\tau\lambda}) = e^{-2\tau\lambda}$$

Tiempo entre llegadas $P(Y \leq y) = 1 - e^{-\lambda y}, y \geq 0$



Probabilidad de colisión

- O podemos calcularlo a partir de la distribución de Poisson
- La probabilidad de que no haya ninguna llegada en ese tiempo

$$P(X = 0 | 2\tau\lambda) = \frac{(2\tau\lambda)^0 e^{-2\tau\lambda}}{0!} = e^{-2\tau\lambda}$$

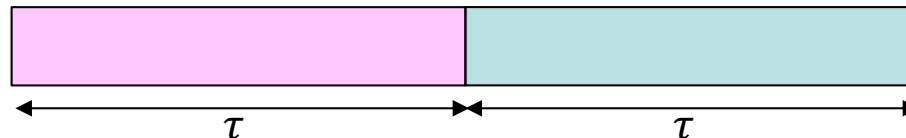
- Es la fracción de las llegadas que no colisiona
- Si tenemos λ llegadas por unidad de tiempo, tenemos $\lambda e^{-2\lambda\tau}$ paquetes transmitidos con éxito por unidad de tiempo

Número de llegadas

$$P(X = x | \lambda) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}, x = 0, 1, 2, \dots$$

Número de llegadas en intervalo de anchura T

$$P(X = x | \lambda T) = \frac{(\lambda T)^x e^{-\lambda T}}{x!}, x = 0, 1, 2, \dots$$



ALOHA: Análisis

Carga ofrecida

- λ llegadas por unidad de tiempo, con tiempo de transmisión τ
- ¿Qué es $\lambda\tau$?
- λ son paquetes/segundo, τ son segundos/paquete
- $\lambda\tau$ no tiene unidades, hablamos de “Erlangs”
- Llamamos “volumen de tráfico ofrecido” a la cantidad de “trabajo” que se le trae al sistema
- El “trabajo” es enviar ese tráfico, eso es lo que ocupa el enlace
- En un intervalo de 1s se traen en promedio $\lambda\tau$ unidades de trabajo (enviar λ pkts, cada uno ocupa el enlace τ segundos)
- Es decir, se va a ocupar el enlace en media durante $\lambda\tau$ segundos cada segundo
- Ejemplo:
 - Llegan 70000 pkt/s y cada uno tarda $12\mu\text{s}$ en transmitirse, eso son $70000 \times 12\mu\text{s} = 0.84\text{s}$ de trabajo cada segundo
 - Cada segundo hay en media 0.84s que el enlace está ocupado
- “Carga” ofrecida

$$\lambda e^{-2\lambda\tau}$$



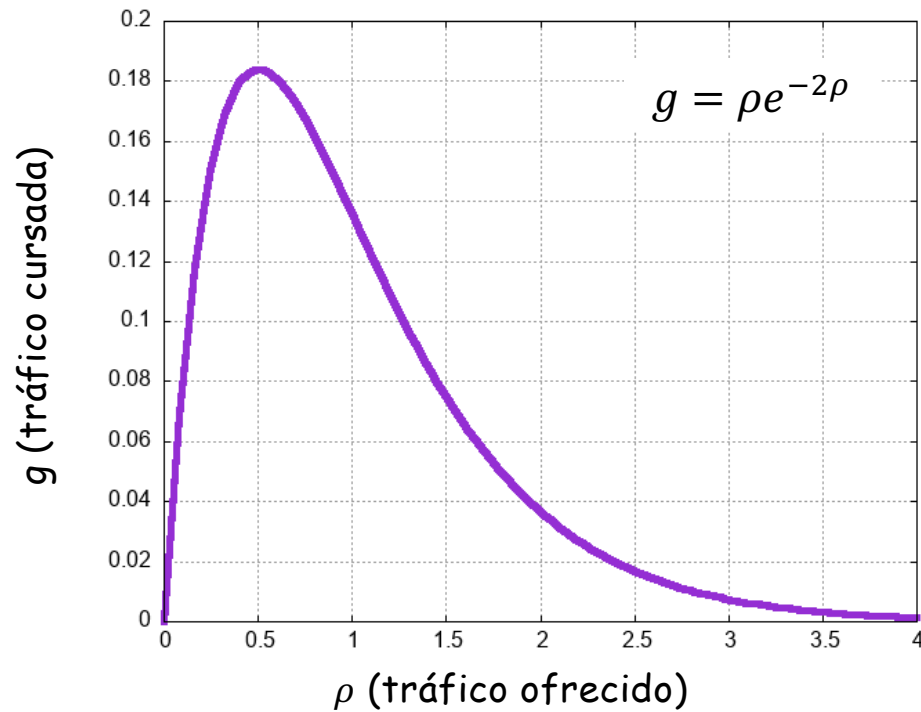
Agner Krarup Erlang 1878-1929

Carga cursada

- $e^{-2\lambda\tau}$ es la probabilidad de que un paquete se curse con éxito
- Es la proporción del tráfico ofrecido que se cursa
- ¿Qué es $\lambda\tau e^{-2\lambda\tau}$?
- Multiplica $\lambda\tau$ (la carga ofrecida) por la probabilidad de éxito en cursarla
- $\lambda\tau e^{-2\lambda\tau}$ es la carga o tráfico cursado
- Definimos la carga ofrecida: $\rho = \lambda\tau$
- Entonces la carga cursada es $g = \rho e^{-2\rho}$
- ¿Cómo varía esa carga cursada con la carga ofrecida? $g = f(\rho)$
- Intuitivamente:
 - Cuanta más carga ofrezcamos más se podrá cursar
 - Pero también puede haber más colisiones...

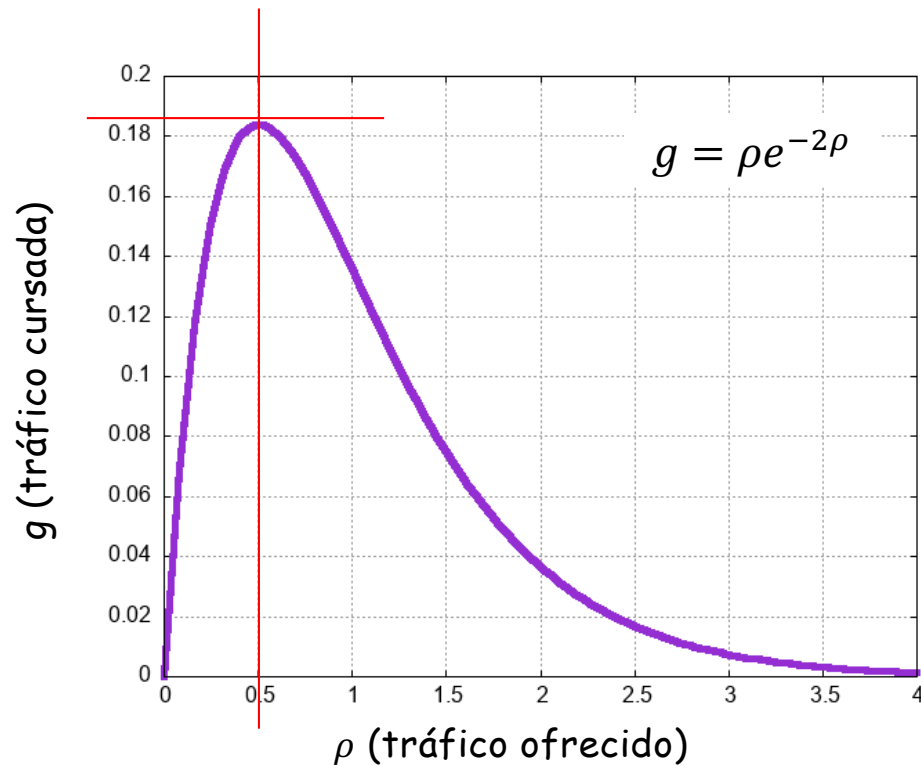
Análisis

- Carga cursada $g = \rho e^{-2\rho}$



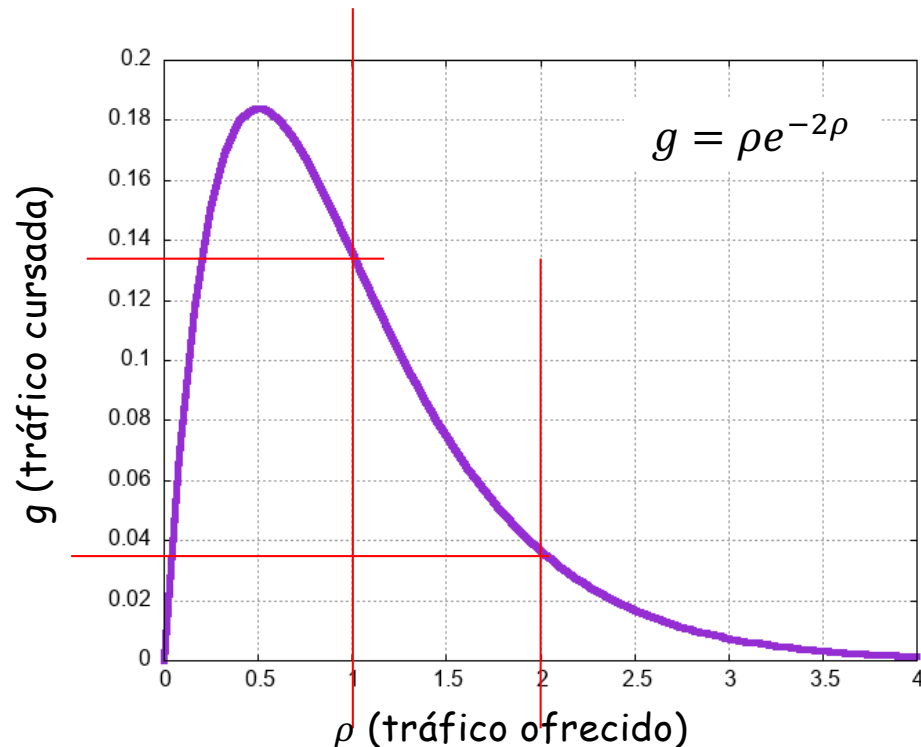
Análisis

- Máximo en $\rho = 0.5$
- Máxima intensidad de tráfico de 0.18 Erlangs
- Eso es una ocupación del canal (útil) del 18.4%
- Es decir, si el canal fuera por ejemplo de 1 Mb/s serían 180Kb/s



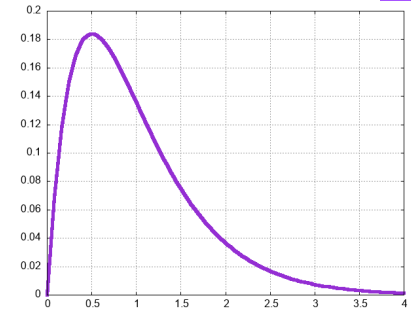
Análisis

- Con más carga conseguimos aún menos throughput
- Querríamos una utilización del 100%, pero eso requiere llegadas perfectamente ordenadas
- Con llegadas de Poisson y $\rho=1$ la utilización es de solo del 13%
- Con 200% de carga frente a la capacidad, solo el 3.7%
- Gran cantidad de colisiones y retransmisiones



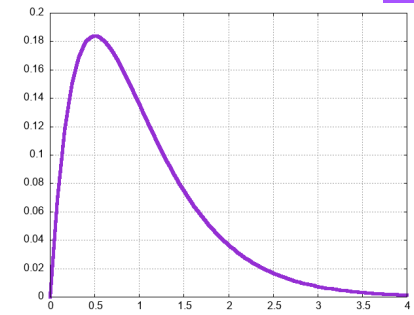
ALOHA: Análisis

- No depende del tiempo de propagación
- Tampoco del tamaño concreto de los paquetes
- Ni de la tasa de transmisión
- El cálculo es dependiente de las hipótesis (modelo de Poisson)
- Simulaciones dan resultados muy parecidos
- Interiorizad esto: Tienes un canal de 100 Mb/s por el que en media pasarán solo 18 Mb/s
- Por supuesto si el medio físico es a 200 Mb/s obtendrás 36 Mb/s, el doble, pero seguirá siendo un 18%



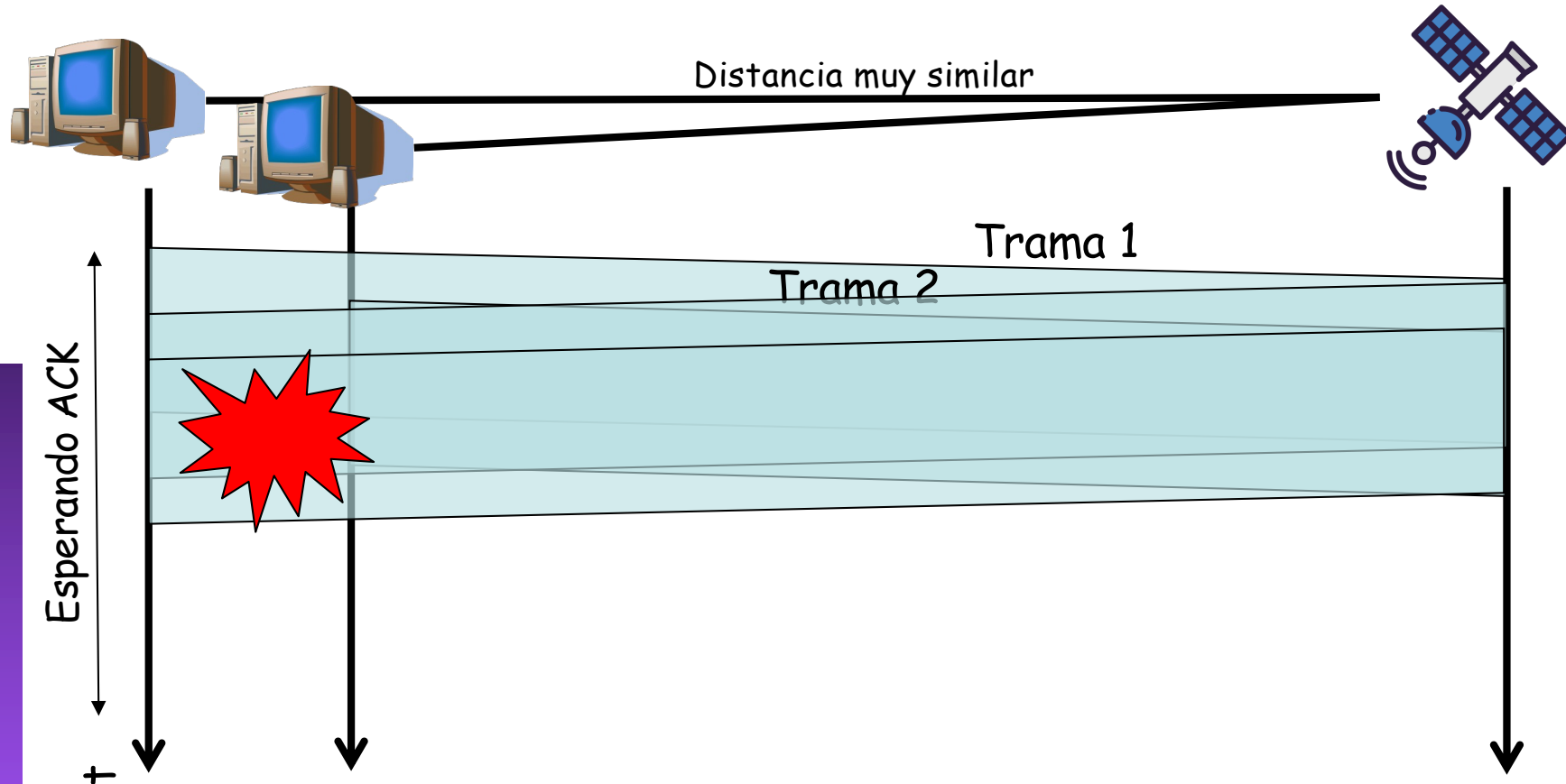
ALOHA: Análisis

- No depende del tiempo de propagación
- Tampoco del tamaño concreto de los paquetes
- Ni de la tasa de transmisión
- El cálculo es dependiente de las hipótesis (modelo de Poisson)
- Simulaciones dan resultados muy parecidos
- Interiorizad esto: Tienes un canal de 100 Mb/s por el que en media pasarán solo 18 Mb/s
- Por supuesto si el medio físico es a 200 Mb/s obtendrás 36 Mb/s, el doble, pero seguirá siendo un 18%
- ¿Duele? A mí como ingeniero sí
- No es culpa del medio físico, de interferencias, potencia de la señal, etc
- Es culpa del algoritmo de reparto del uso del medio
- ¡ Ingéniate uno mejor !



ALOHA ranurado

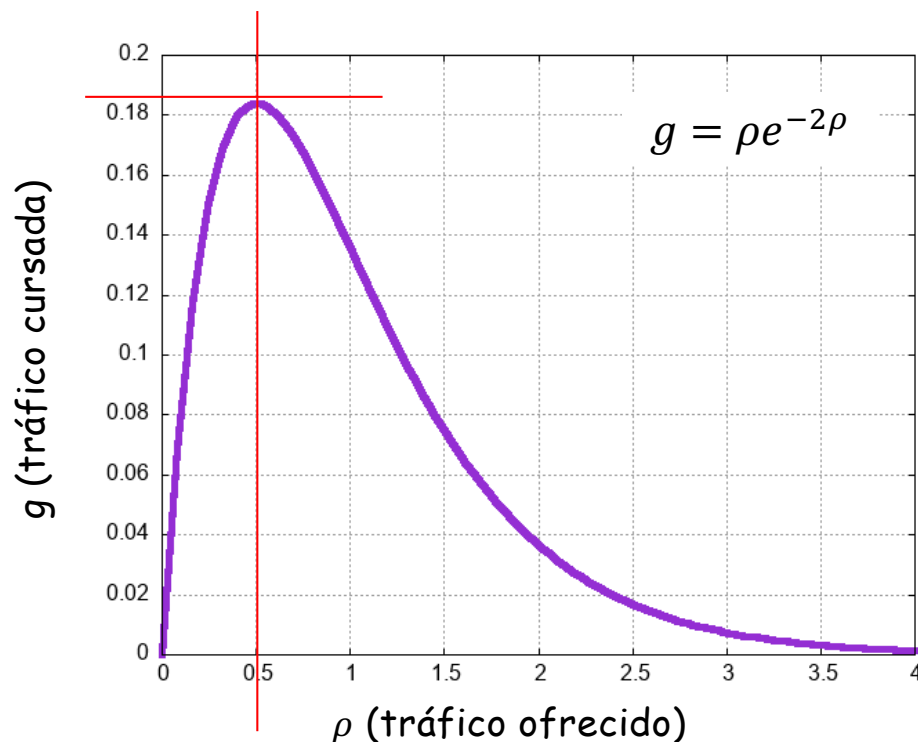
ALOHA: Colisiones



- Una trama puede ser de datos o de ACK
- Hará retransmisión tras transcurrir el tiempo de espera al ACK
- Tiempo de espera incluye componente aleatoria para evitar repetir
- Separación entre estaciones tiene efecto despreciable en retardo
- La colisión no depende de RTT, solo de que una trama se empiece a transmitir mientras se está transmitiendo otra

ALOHA: Análisis

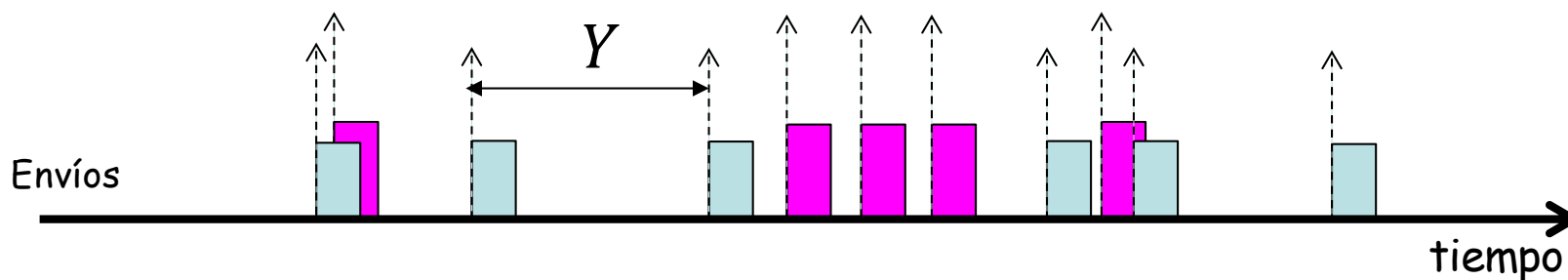
- Probabilidad no colisión: $P(Y > 2\tau) = e^{-2\tau\lambda}$
- Carga cursada: $g = \rho e^{-2\rho}$
- Máxima intensidad de tráfico de 0.18 Erlangs (ocupación del 18%)



Tiempo entre llegadas:

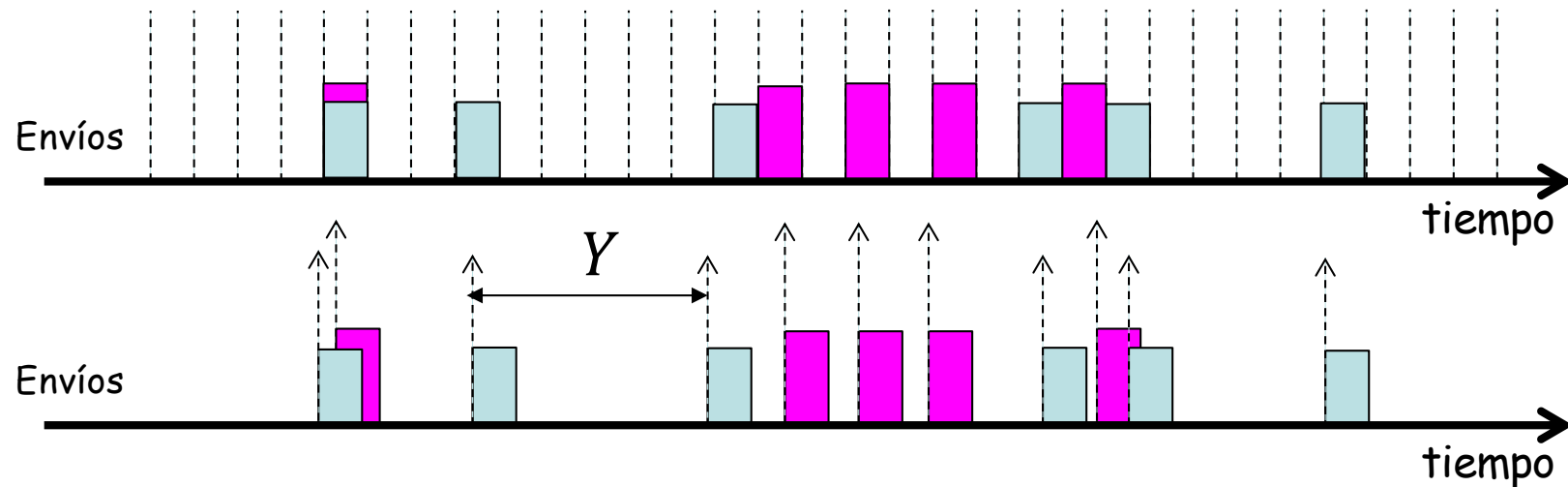
$$P(Y \leq y) = 1 - e^{-\lambda y}, y \geq 0$$

$$E[Y] = 1/\lambda$$



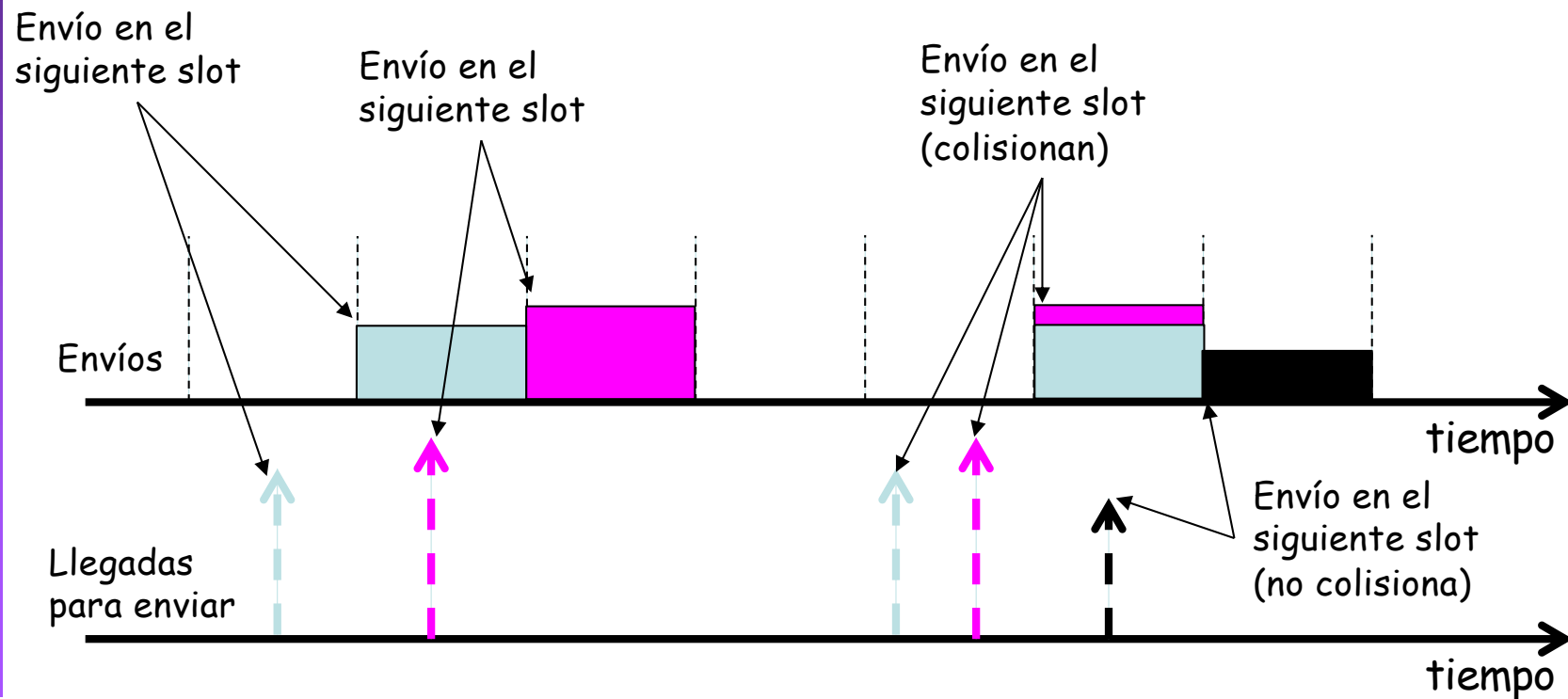
Slotted ALOHA

- No se puede transmitir en cualquier instante sino solo dentro de una "ranura" o "slot"
- Una llegada en un intervalo tiene que esperar al comienzo del siguiente slot
- Ranurar el tiempo requiere sincronizar las estaciones
- Lo cual es un problema en sí mismo



Análisis

- Ahora solo se produce colisión si hay más de una llegada en el mismo intervalo de duración τ (no en 2τ)



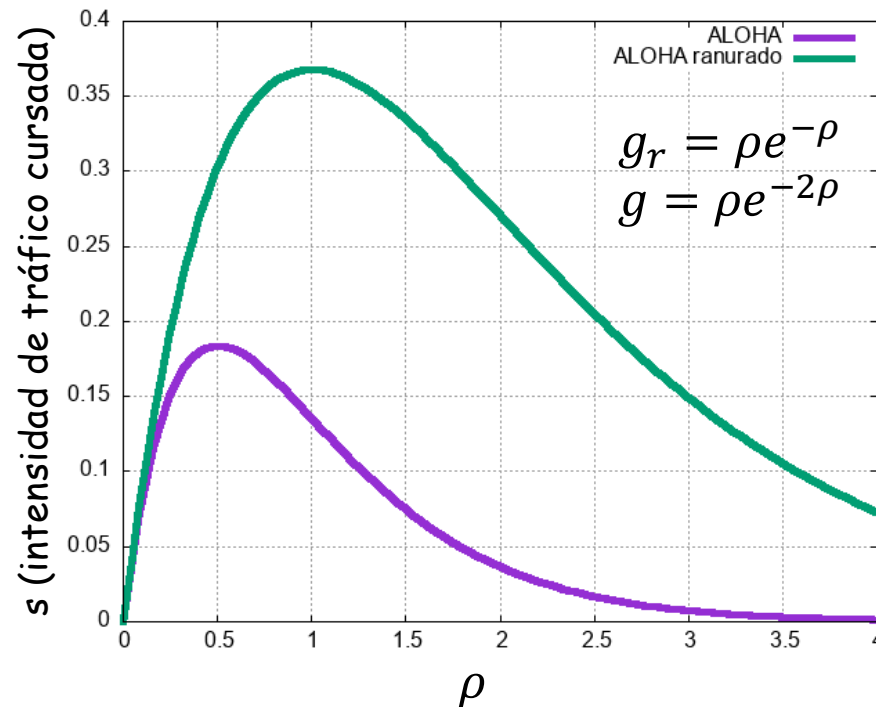
Análisis

- Ahora solo se produce colisión si hay más de una llegada en el mismo intervalo de duración τ (no en 2τ)

$$P(Y > \tau) = 1 - P(Y \leq \tau) = 1 - (1 - e^{-\tau\lambda}) = e^{-\tau\lambda}$$

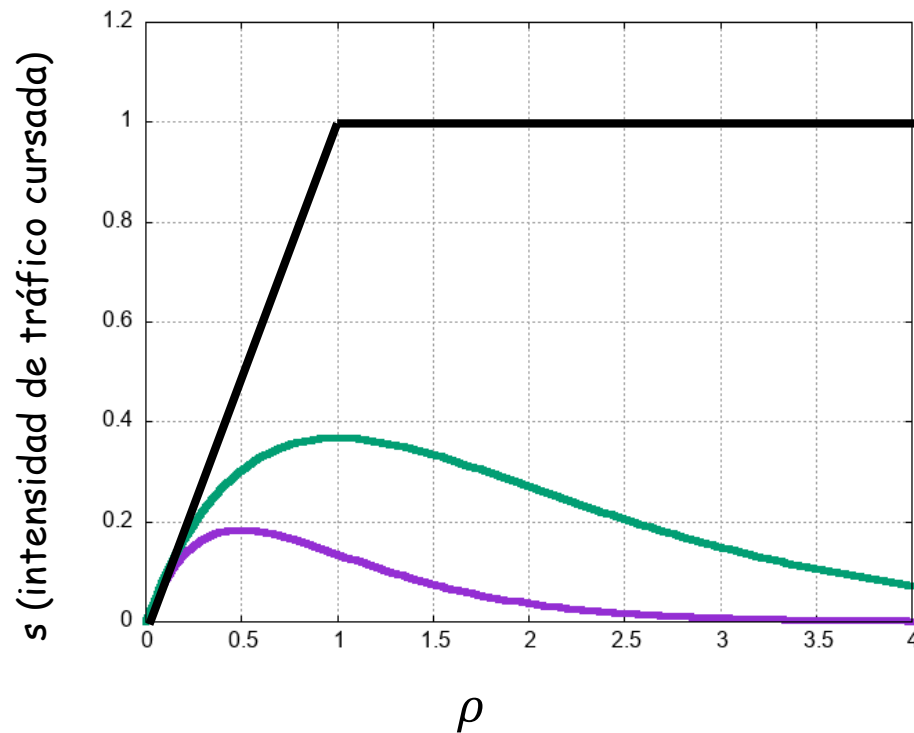
$$g_r = \rho e^{-\rho}$$

- Máximo para $\rho=1$ es el doble (36%)
- Mayor retardo (esperar al siguiente slot temporal)



Objetivo

- Aún estamos muy lejos del ideal
- Es un primer paso, simple, veremos cómo mejorarlo (complicándolo)



ALOHA hoy en día

- En otros protocolos se emplean algoritmos similares
- Por ejemplo, en protocolos para redes de cable (TV por cable) hay un intervalo de tiempo en contienda