upna Universidad Pública de Navarra Nafarroako Unibertsitate Publikoa

ARQUITECTURA DE REDES, SISTEMAS Y SERVICIOS
Área de Ingeniería Telemática

Cálculo de bloqueo en la RTB

Area de Ingeniería Telemática
http://www.tlm.unavarra.es

Arquitectura de Redes, Sistemas y Servicios
Grado en Ingeniería en Tecnologías de Telecomunicación, 2º

Temario

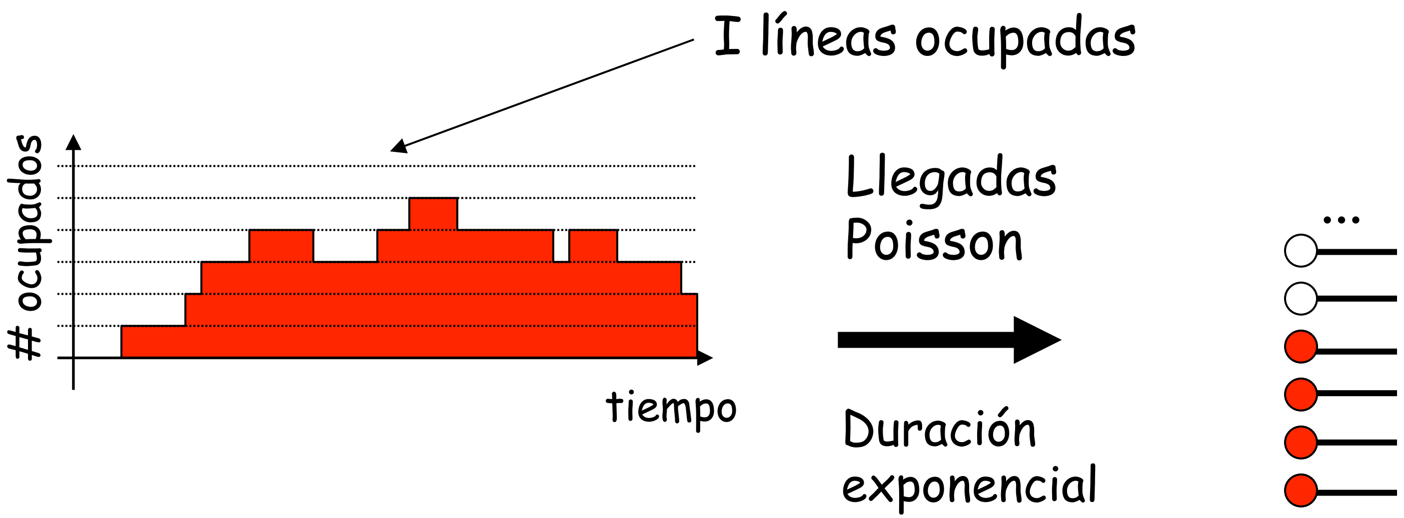
1. Introducción
2. Arquitecturas de conmutación y protocolos
3. Introducción a las tecnologías de red
4. Control de acceso al medio
5. **Conmutación de circuitos**
    1. La Red Telefónica Básica
    2. Modelado de usuarios
    3. Cálculos de bloqueo
6. Transporte fiable
7. Encaminamiento
8. Programación para redes y servicios

Objetivos

- Conocer y aplicar el cálculo de probabilidades de bloqueo empleando la Erlang-B

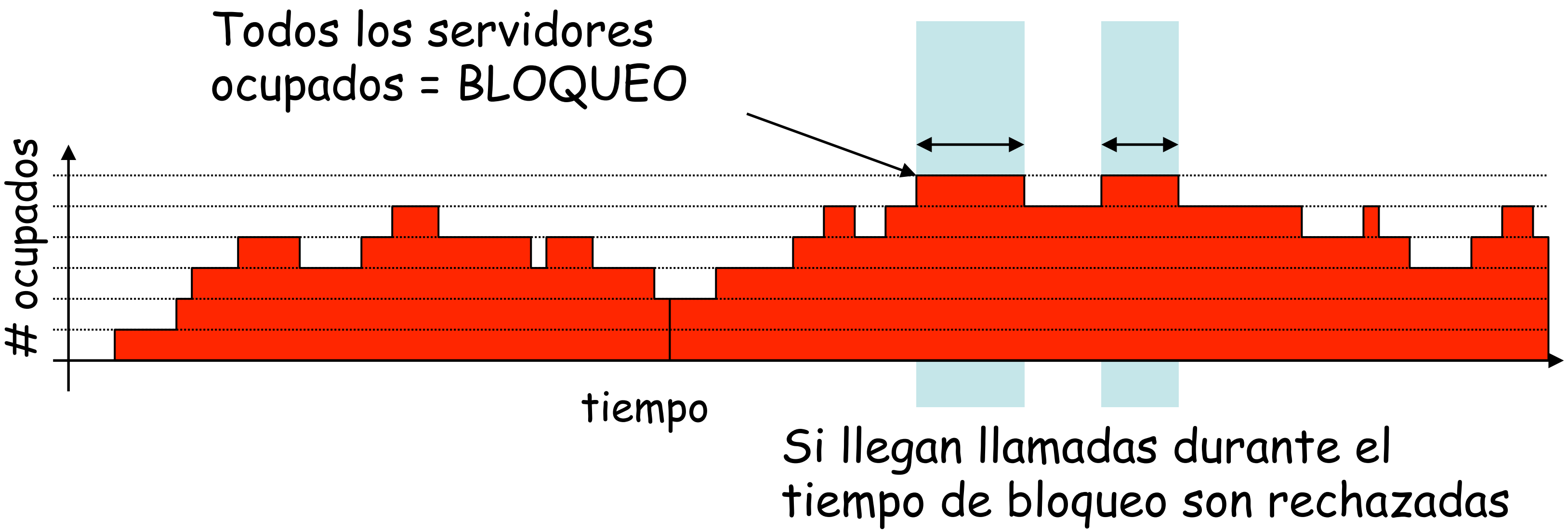
Probabilidad de bloqueo

- Llegadas según proceso de Poisson de tasa λ
- Duración exponencial de media s
- Número de servidores ocupados en cada instante de tiempo es aleatorio (I)



Probabilidad de bloqueo

- Normalmente dispondremos de recursos finitos (capacidad)
- Cuando la variable `I` toma valor = número de servidores, el sistema está en BLOQUEO
- ¿ Cuál es la probabilidad de que el sistema esté en situación de bloqueo ?



Problemas de interés

- ¿ Cuál es la probabilidad de que una llamada encuentre el sistema ocupado ?
- ¿ Cuál es el número de líneas necesarias para una probabilidad objetivo ?
- ¿ Cuál es el tráfico que atraviesa ese sistema y forma la carga del siguiente sistema ?

Probabilidad de bloqueo

- En un sistema con
  - Llegadas Poisson(λ)
  - Duraciones Exp(1/s)
  - Tráfico de entrada A = λs
  - k servidores
  - Las llamadas que llegan al sistema bloqueado se pierden
  - Probabilidad de bloqueo: ¿Cuál es P[I=n]? (…)
- P[I=n] = B(a,k)
- B(a,k) es conocida como función B de Erlang (o ErlangB)
- Válida con cualquier distribución de tiempo de servicio (i.i.d.)

upna Universidad Pública de Navarra Nafarroako Unibertsitate Publikoa

ARQUITECTURA DE REDES, SISTEMAS Y SERVICIOS
Área de Ingeniería Telemática

B de Erlang

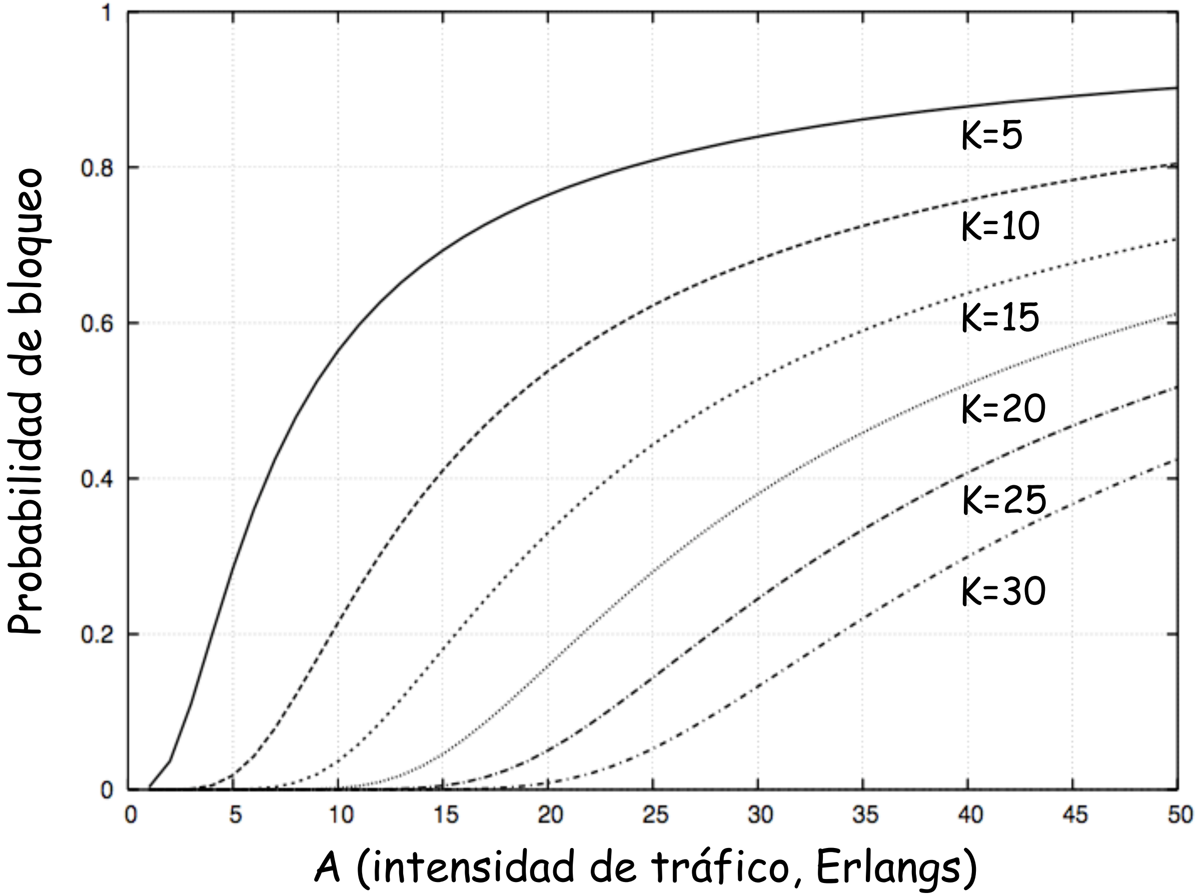
- Fórmula:

$$B(A,k) = \frac{\frac{A^k}{k!}}{\sum_{i=0}^{k} A^i / i!}$$

- Cálculo recursivo:

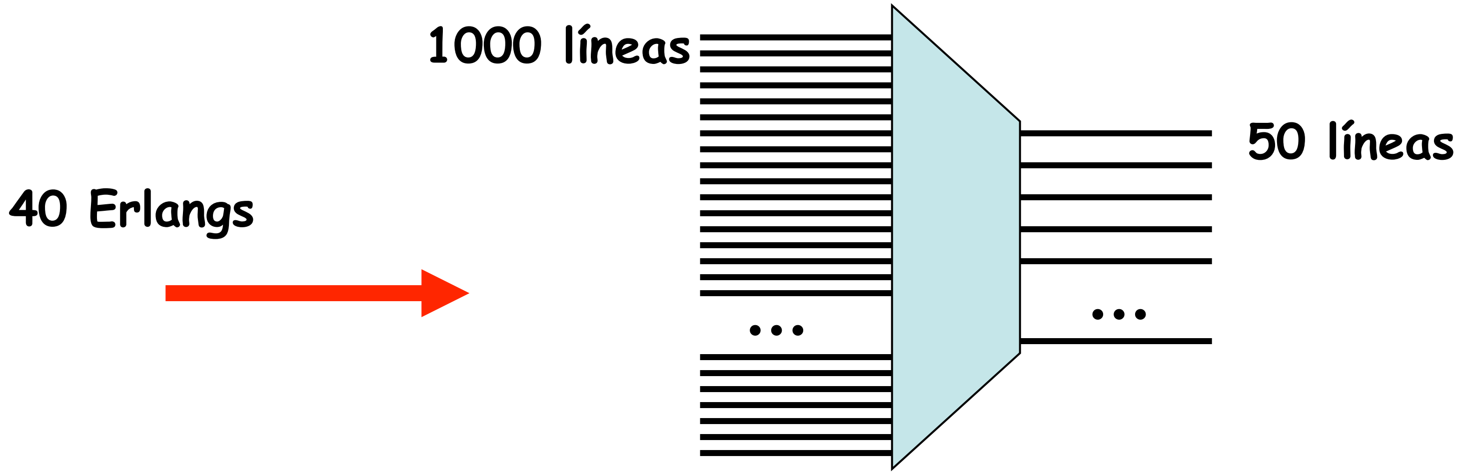
$$B(A,0) = 1$$

$$B(A,j) = \frac{A \cdot B(A,j-1)}{A \cdot B(A,j-1) + j}$$



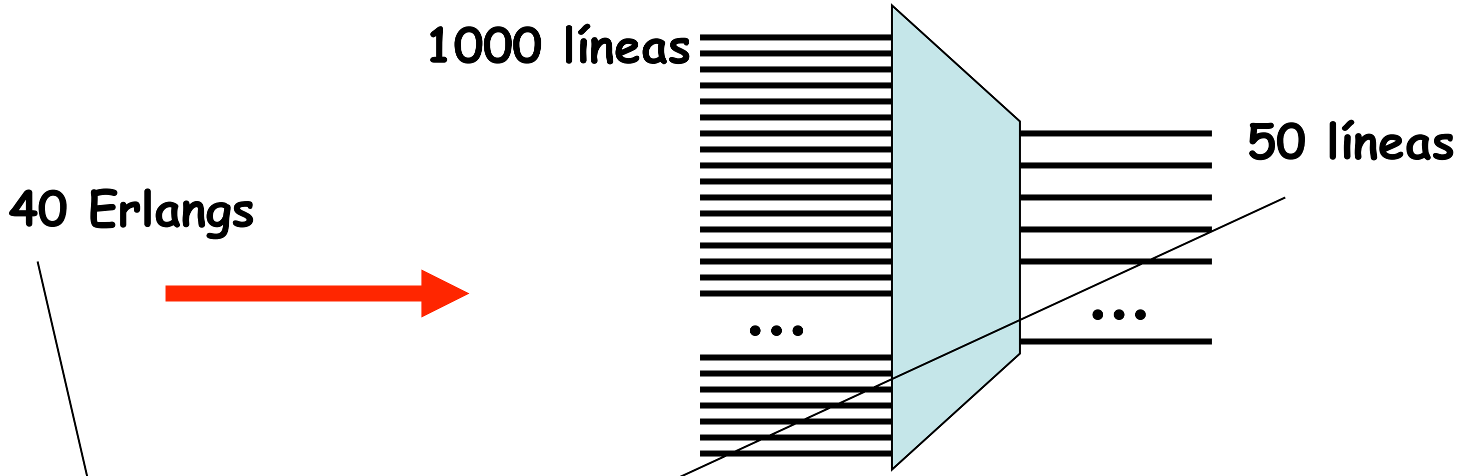
Ejemplo

- 1000 líneas llegan a un concentrador que selecciona 50 para entrar a una centralita
- Los usuarios generan un tráfico de 40 Erlangs
- ¿ Cuál es la probabilidad de bloqueo ?



Ejemplo

- 1000 líneas llegan a un concentrador que selecciona 50 para entrar a una centralita
- Los usuarios generan un tráfico de 40 Erlangs
- ¿ Cuál es la probabilidad de bloqueo ?

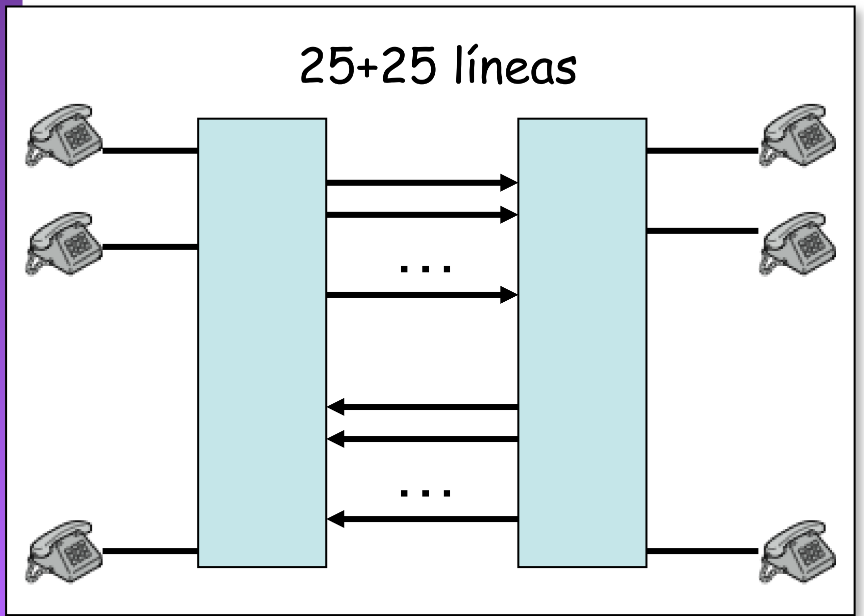


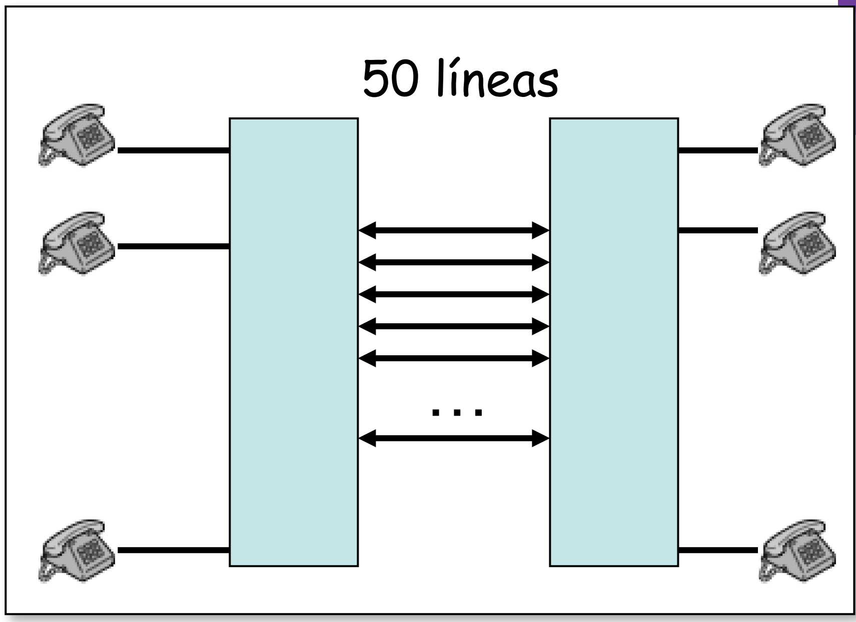
- La probabilidad de bloqueo es

$P_b = B(40, 50) = 0.0187$ casi un 2%

Ejercicio

- Entre dos centralitas tenemos la posibilidad de:
  - asignar 25 troncales para llamadas salientes de A y 25 troncales para llamadas entrantes a A
  - O bien asignar las 50 troncales para que se puedan usar indistintamente en llamadas en cualquier dirección
- ¿ Qué es mejor ?
- (...)





Ejercicio

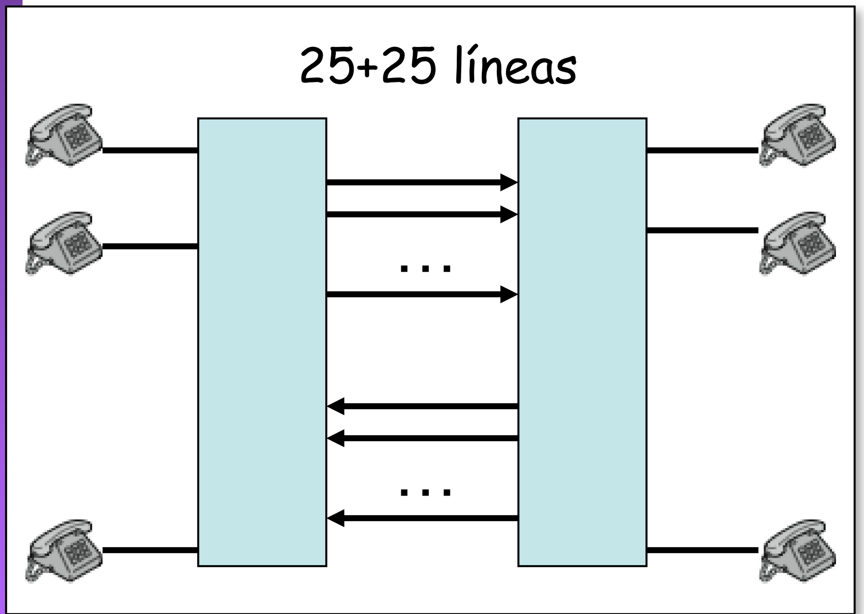
- Suponiendo que el tráfico que intenta ir de B a A es el mismo que el de A a B, llamémosle $\mathtt{I}$ (pongamos 15 erlangs)
- Probabilidad de bloqueo en el caso 1:

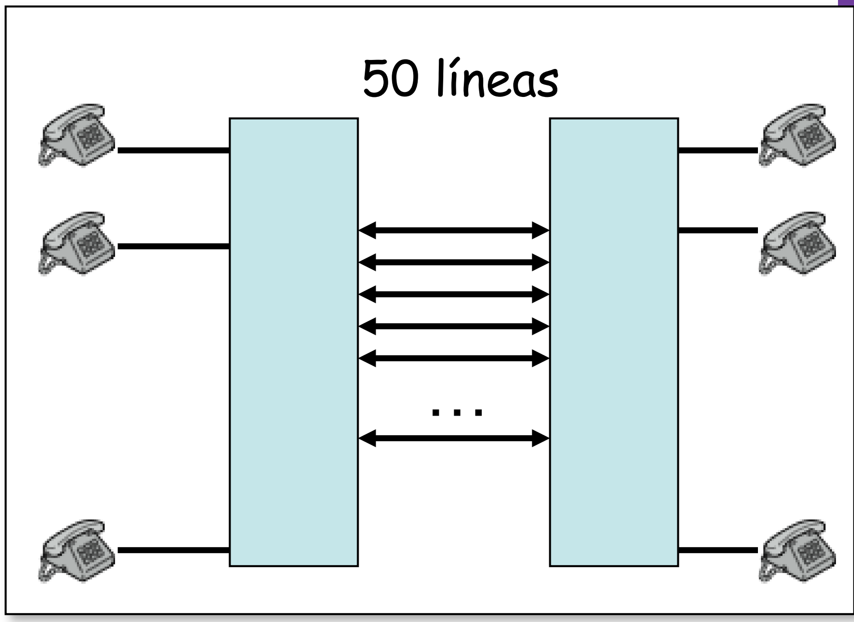
  P_b(A->B)=B($\mathtt{I}$,25) P_b(B->A)=B($\mathtt{I}$,25)

  B(15,25)=0.005 0.5%
- Probabilidad de bloqueo en el caso 2:

  P_b(cualquier dirección)=B($\mathtt{I}$+$\mathtt{I}$,50)

  B(30,50)=0.0002 0.02% 20 veces menos !!!





Tráfico cursado

- Si un conjunto k de líneas tiene un tráfico ofrecido de I Erlangs y una probabilidad de bloqueo, ¿cuánto tráfico atraviesa las líneas?

  Esto será el **tráfico cursado** y será a su vez el tráfico ofrecido al siguiente sistema al que lleguen las líneas

  $I_c = I_{in}\,(1 - P_b) = I_{in}\,(1 - B(I_{in}, k))$

  I_c : tráfico cursado

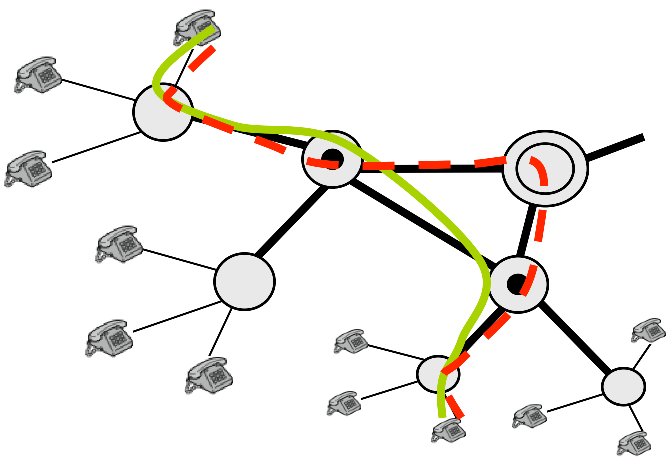
  I_{in} : tráfico ofrecido o de entrada

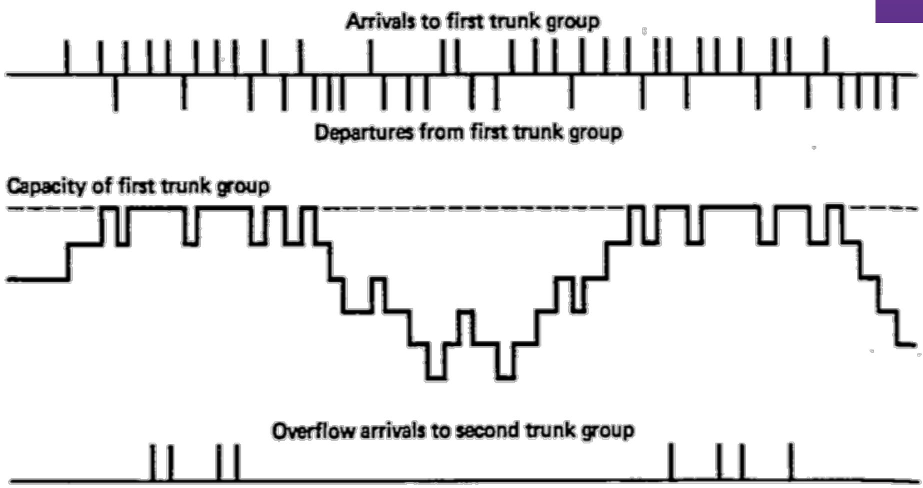
upna Universidad Pública de Navarra Nafarroako Unibertsitate Publikoa

ARQUITECTURA DE REDES, SISTEMAS Y SERVICIOS
Área de Ingeniería Telemática

Tráfico de desbordamiento

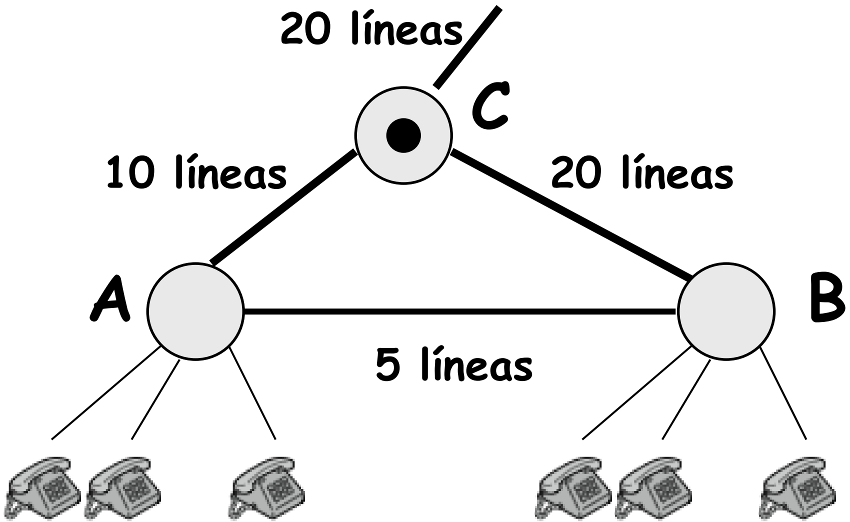
- No puede ser cursado por el camino principal (por bloqueo)
- Se "desborda" (overflow) a una ruta secundaria
- Un proceso de Poisson del que se eliminan aleatoriamente (iid) muestras con probabilidad p sigue siendo un proceso de Poisson, pero con menor tasa ($p\lambda$)
- En nuestro caso las llamadas desbordadas suelen ir en bloques
- Eso da mayores probabilidades de bloqueo que con un proceso de Poisson de igual media
- Se aproxima con un proceso de Poisson de mayor tasa
- (En los problemas en caso de no disponer de las tablas emplearemos Poisson de igual tasa, aunque esto es subdimensionar)





Ejemplo

- En la centralita A de la figura las llamadas con destino a B se encaminan si es posible por el enlace directo a B y en caso de estar ocupado a través de la central primaria
- ¿ Cuál es el tráfico que cursa el enlace A-C y cuál es la probabilidad de bloqueo de una llamada de un abonado de A a uno de B ?

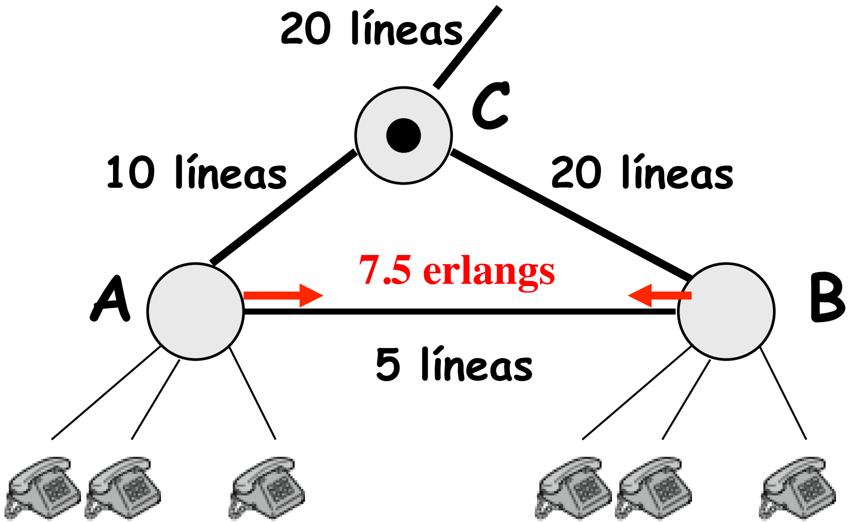


Demanda en Erlangs

Origen	a A	a B	Al exterior
De A	2	4.5	4.5
De B	3	3.2	5
Exterior	2	2	-

Ejemplo

- Las 5 líneas entre A-B soportan un tráfico de 3+4.5=7.5 Erlangs
- Al ser 5 líneas la probabilidad de bloqueo es $p_1 = B(7.5,5) \approx 0.45$
  - Casi la mitad de las llamadas no puede ir por la sección directa
  - Eso genera que un 45% del trafico que iba por ahí acabe yendo por C
  - Definimos: $q_1 = 1\text{-}p_1 = 0.55$

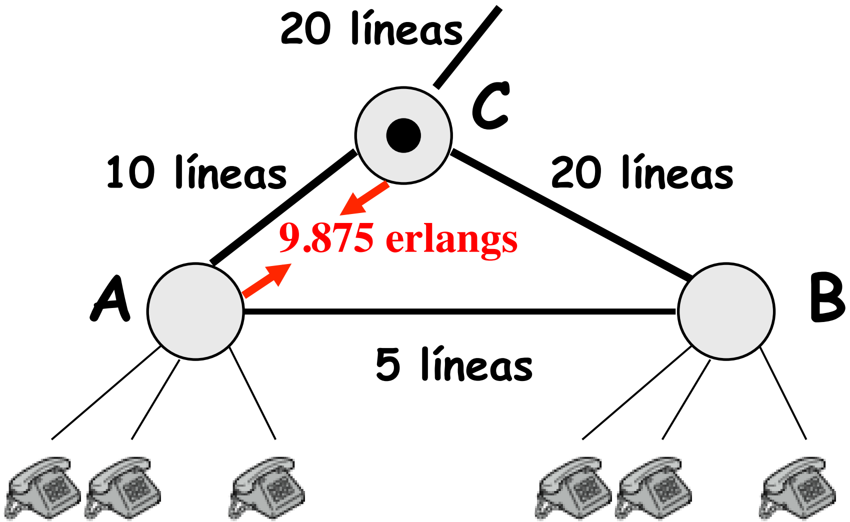


Demanda en Erlangs

Origen	a A	a B	Al exterior
De A	2	4.5	4.5
De B	3	3.2	5
Exterior	2	2	-

Ejemplo

- El enlace entre A-C soporta un tráfico de:
  - Llamadas entre A y el exterior: 4.5 + 2 = 6.5 Erlangs
  - Llamadas entre A y B que no pueden ir directamente: 7.5 x 0.45 = 3.375 E
  - Total 9.875 Erlangs (aproximamos que es Poisson)
- 10 líneas con 9.875 Erlangs de demanda tienen una probabilidad de bloqueo de $p_2 = B(9.875,10) \approx 0.21$ (21%) ($q_2=1-p_2=0.79$)
- El enlace A-C tiene una probabilidad de bloqueo en torno al 21%

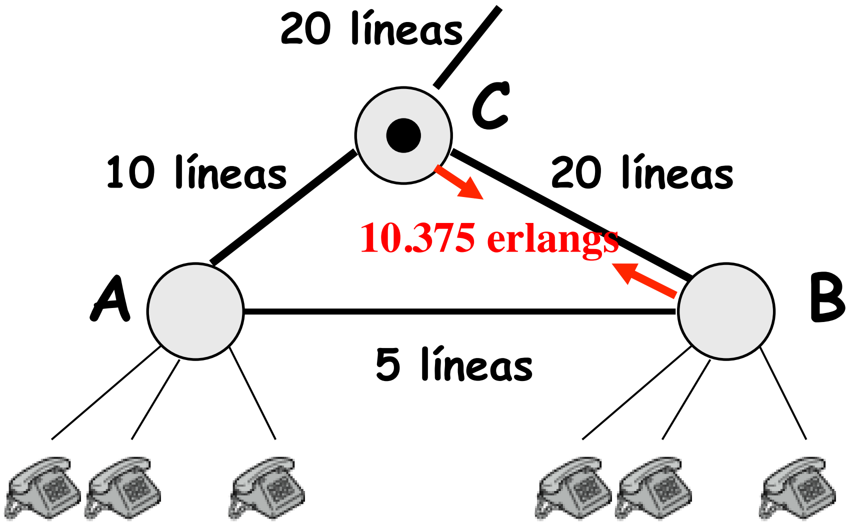


Demanda en Erlangs

Origen	a A	a B	Al exterior
De A	2	4.5	4.5
De B	3	3.2	5
Exterior	2	2	-

Ejemplo

- El enlace B-C soporta un tráfico de:
  - Llamadas entre B y el exterior: 5 + 2 = 7 Erlangs
  - Llamadas entre A y B que no pueden ir directamente: 7.5 x 0.45 = 3.375 E
  - Total 10.375 Erlangs (aproximamos que es Poisson)
- 20 líneas con 10.375 Erlangs de demanda tienen una probabilidad de bloqueo de p_3 = B(10.375,20) ≈ 0.0027 (0.27%)
- Prácticamente despreciable ($q_3 = 1-p_3 \approx 1$ comparado con el resto)



Demanda en Erlangs

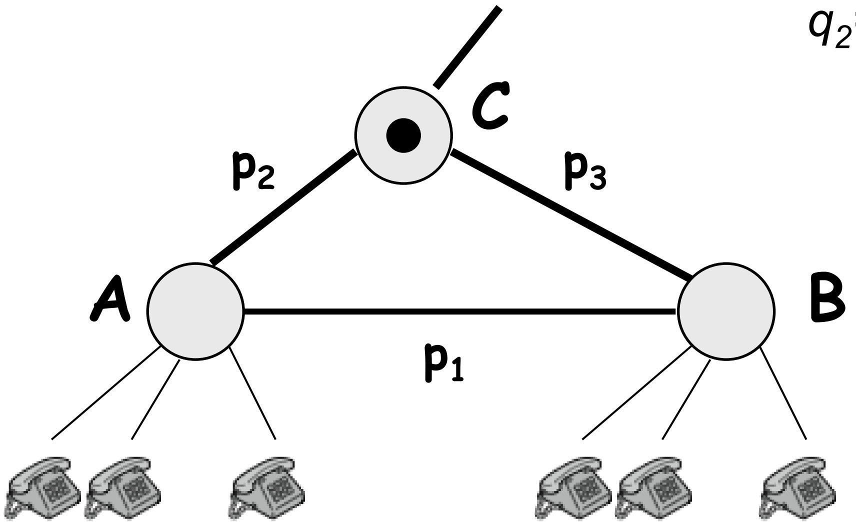
Origen	a A	a B	Al exterior
De A	2	4.5	4.5
De B	3	3.2	5
Exterior	2	2	-

Ejemplo

- Probabilidades de bloqueo en cada enlace: p_1, p_2 y p_3
- Asumimos independencia
- Probabilidad de bloqueo de llamadas entre A y B: que ambos caminos se bloqueen (A-B y A-C-B)
- Probabilidad de que se bloquee el camino A-C-B = probabilidad de que se bloquee al menos uno de los dos (A-C y/o A-C-B) = 1 – probabilidad de que ninguno de los dos se bloquee

$$Pbloq_{A-B} = p_1(1-(1-p_2)(1-p_3)) = p_1(1-q_2q_3) \approx p_1p_2$$

$q_2=1-p_2$, $q_3=1-p_3\approx 1$

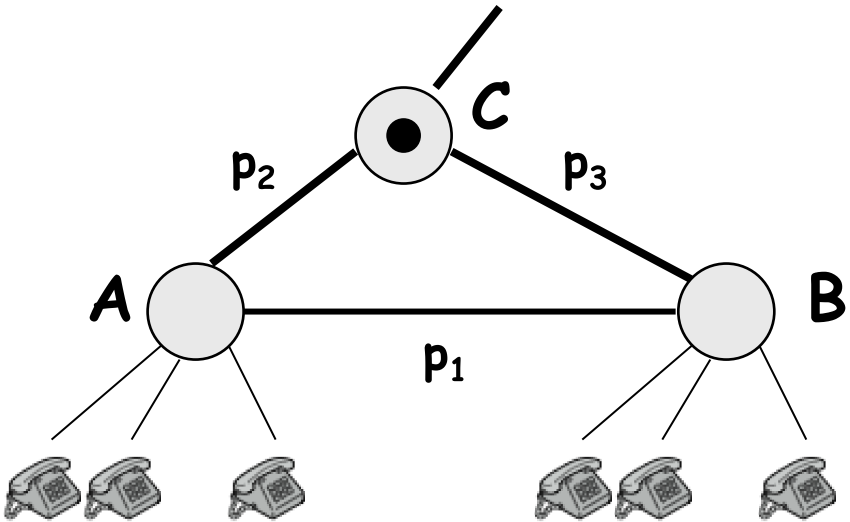


Demanda en Erlangs

Origen	a A	a B	Al exterior
De A	2	4.5	4.5
De B	3	3.2	5
Exterior	2	2	-

Ejemplo

- Tráfico cursado por el enlace A-C:
  - Ofrecido a A-C-B (el desbordado de A-B) que es cursado: $3.375 \times q_2 q_3$
  - + tráfico de A con el exterior que es cursado: $6.5 \times q_2$
  - = $3.375 \times (1-0.21)(1-0.0027) + 6.5 \times (1-0.21) = 7.794$ Erlangs



Demanda en Erlangs

Origen	a A	a B	Al exterior
De A	2	4.5	4.5
De B	3	3.2	5
Exterior	2	2	-

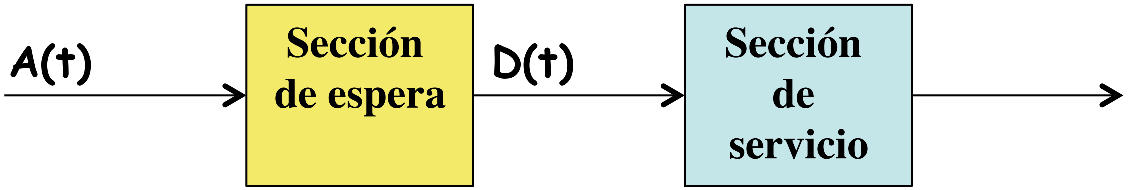
Un poco de teoría de colas: Fórmula de Little

John D.C. Little (MIT)

ARQUITECTURA DE REDES, SISTEMAS Y SERVICIOS
Área de Ingeniería Telemática

Sistema con cola

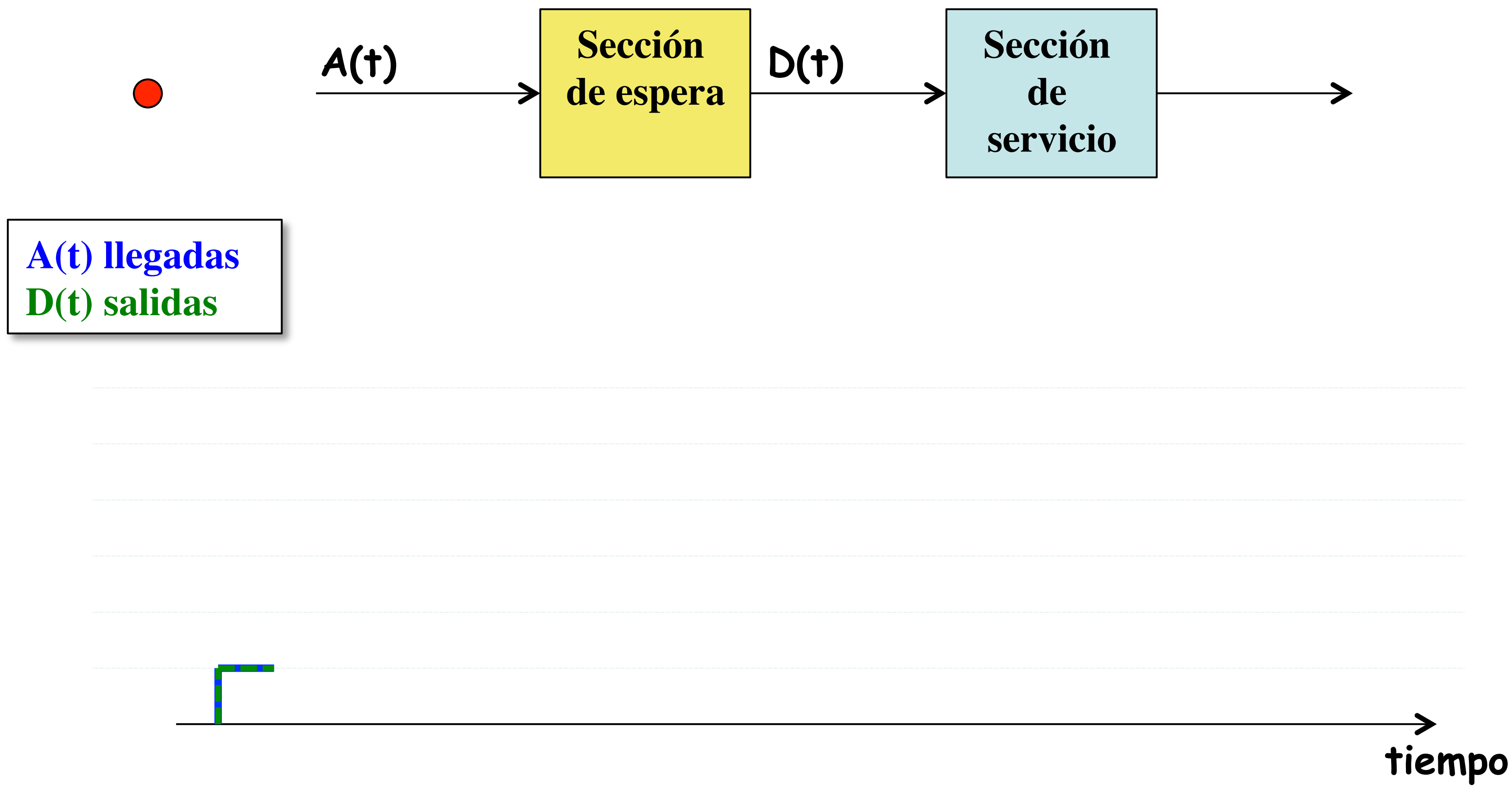
- Un sistema con una sección de servicio y una cola de espera
- A(t) : número de llegadas acumuladas en función del tiempo
- D(t) : número de salidas de la cola acumuladas en función del tiempo
- (…)



A(t) llegadas
D(t) salidas

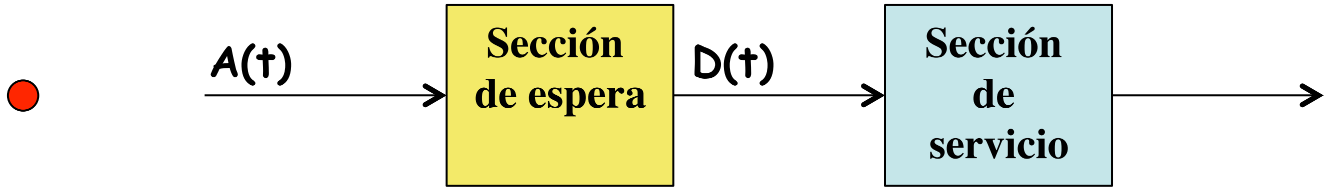
Sistema con cola

- Una llegada:
  - Si la sección de servicio y la de espera están vacías pasa directamente a la sección de servicio (. . .)



Sistema con cola

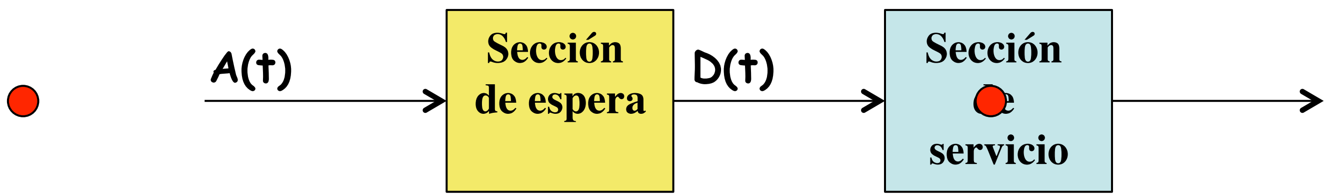
- Una llegada:
  - Si la sección de servicio y la de espera están vacías pasa directamente a la sección de servicio (. . .)
  - Si la sección de servicio está llena se queda en la de espera (. . .)



A(t) llegadas
D(t) salidas

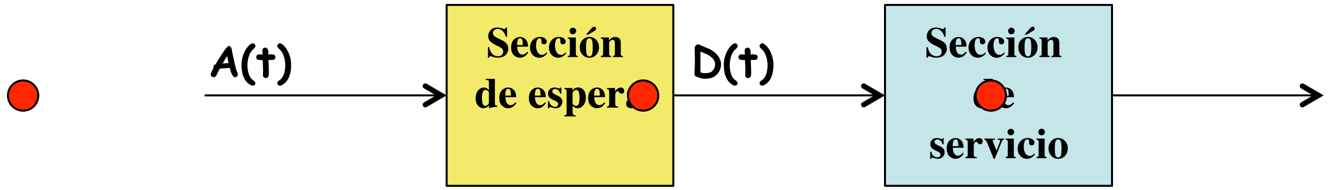
Sistema con cola

- Una llegada:
  - Si la sección de servicio y la de espera están vacías pasa directamente a la sección de servicio (. . .)
  - Si la sección de servicio está llena se queda en la de espera (. . .)



Sistema con cola

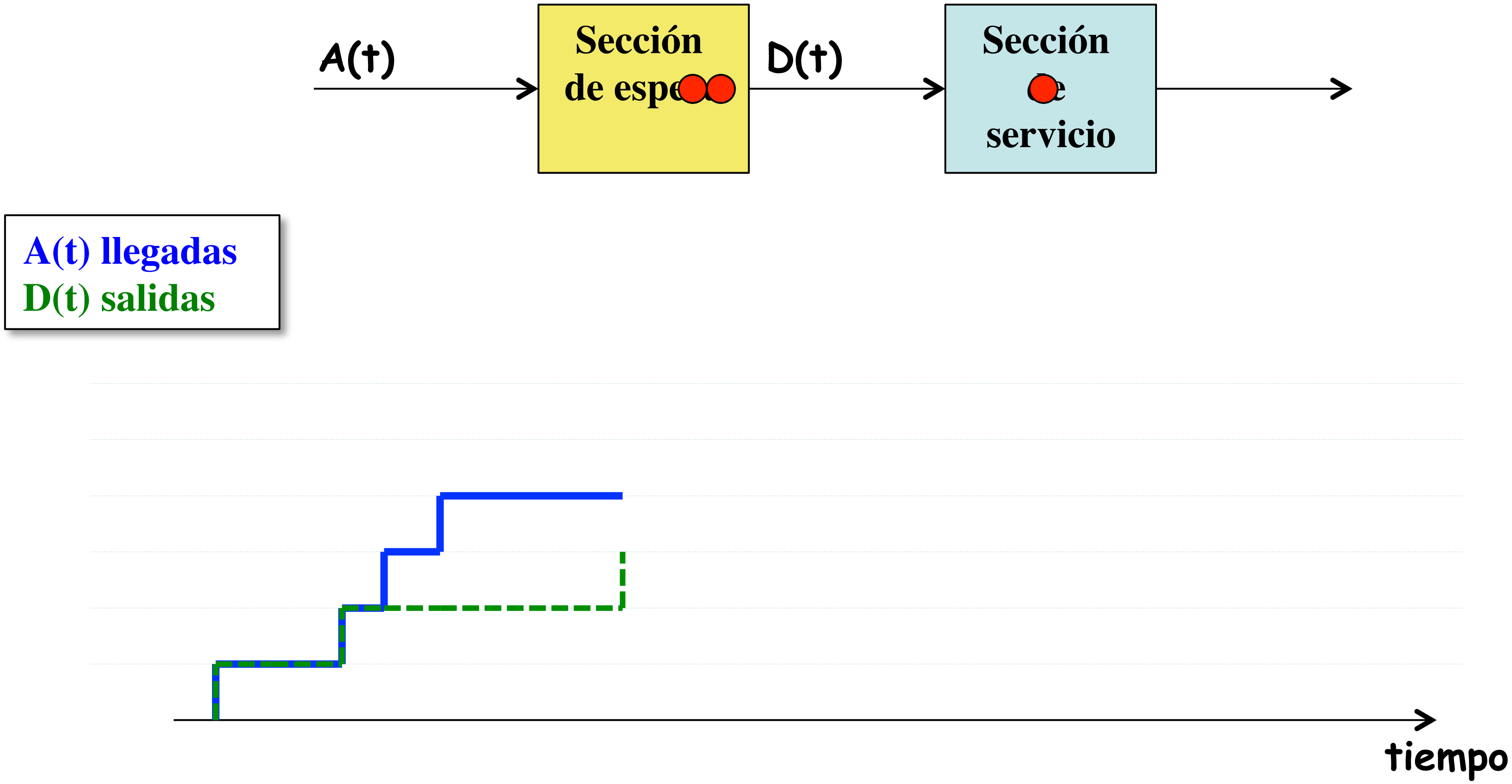
- Una llegada:
  - Si la sección de servicio y la de espera están vacías pasa directamente a la sección de servicio (. . .)
  - Si la sección de servicio está llena se queda en la de espera (. . .)



A(t) llegadas
D(t) salidas

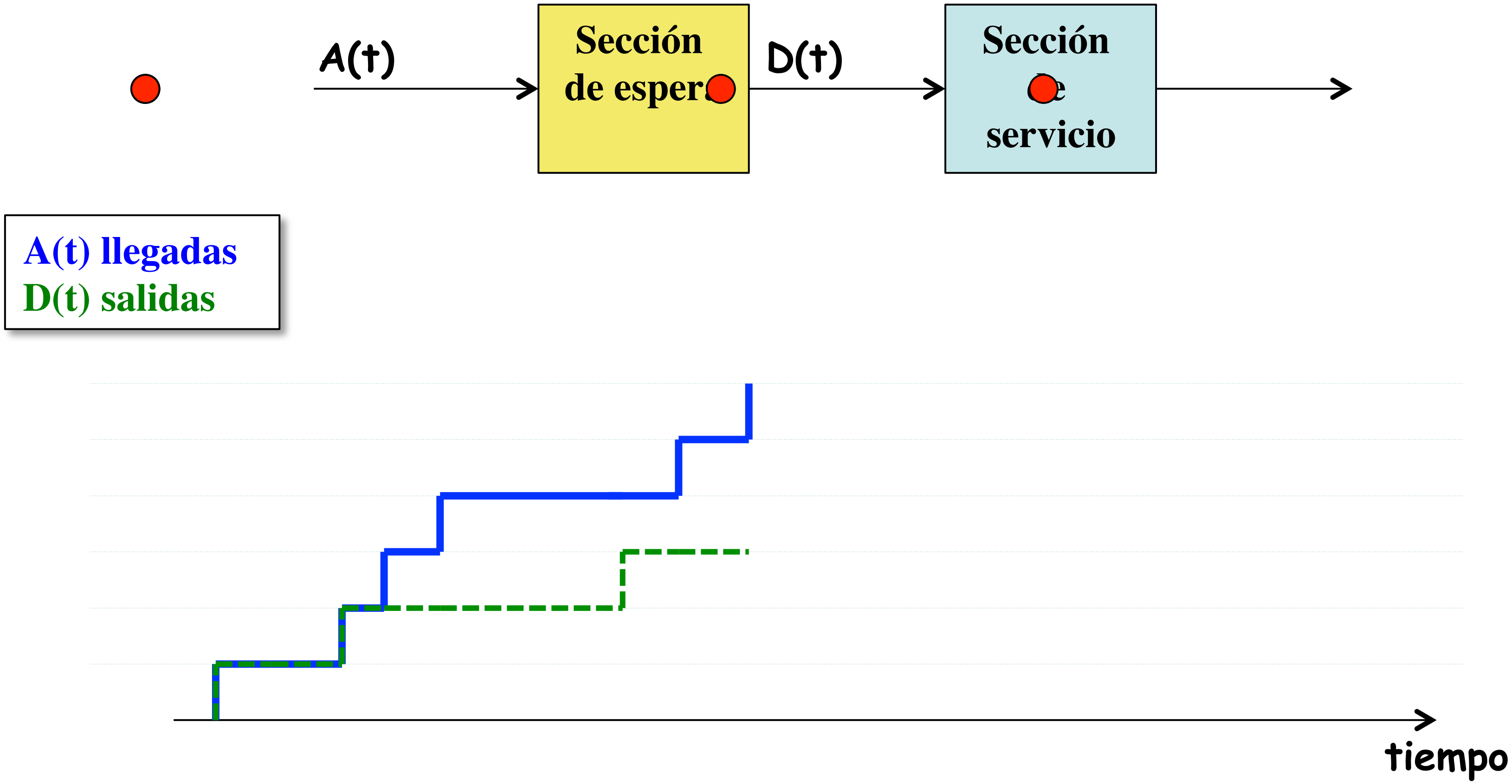
Sistema con cola

- A medida que los clientes terminan en la sección de servicio otros nuevos de la de espera pasan inmediatamente a ella (. . .)



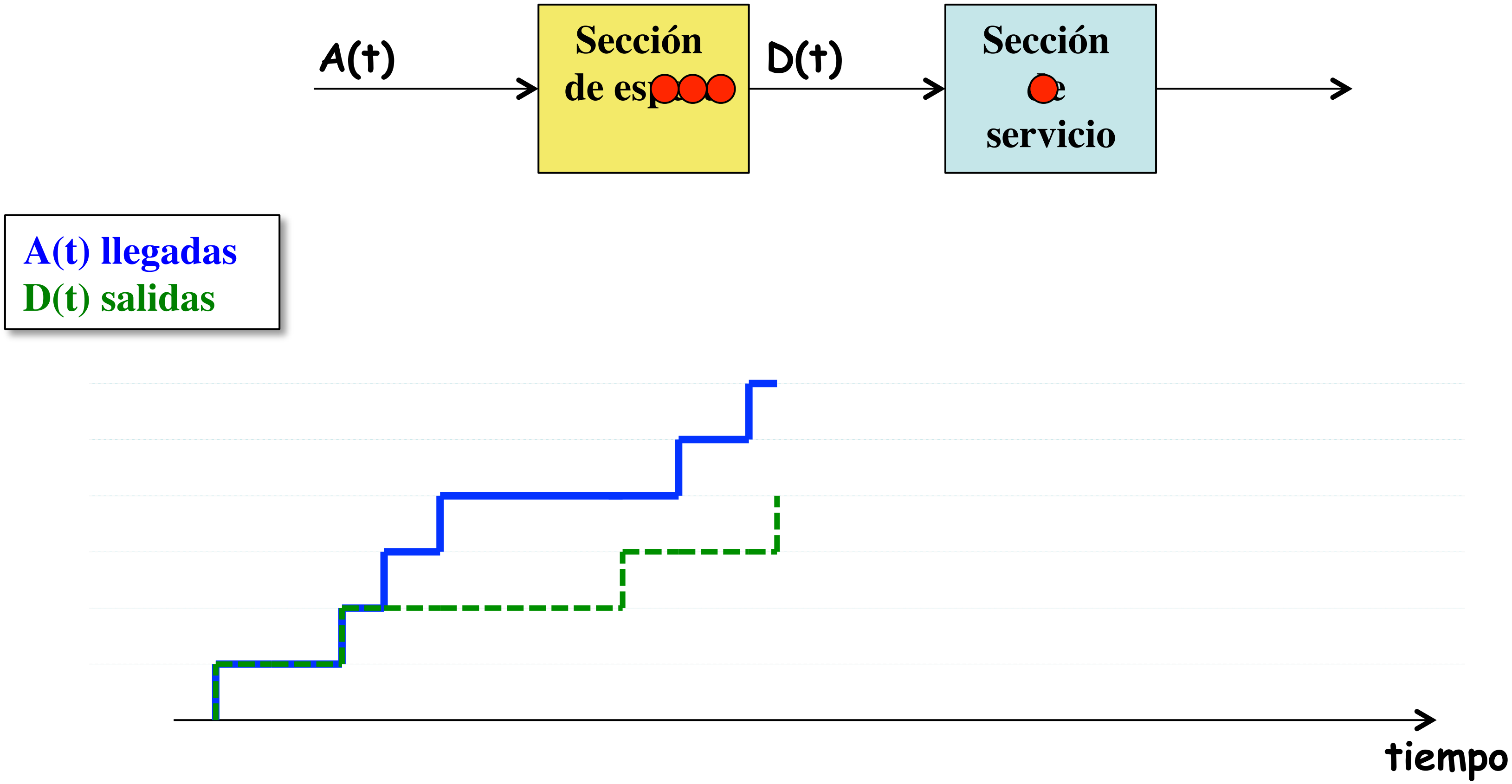
Sistema con cola

- A medida que los clientes terminan en la sección de servicio otros nuevos de la de espera pasan inmediatamente a ella (. . .)



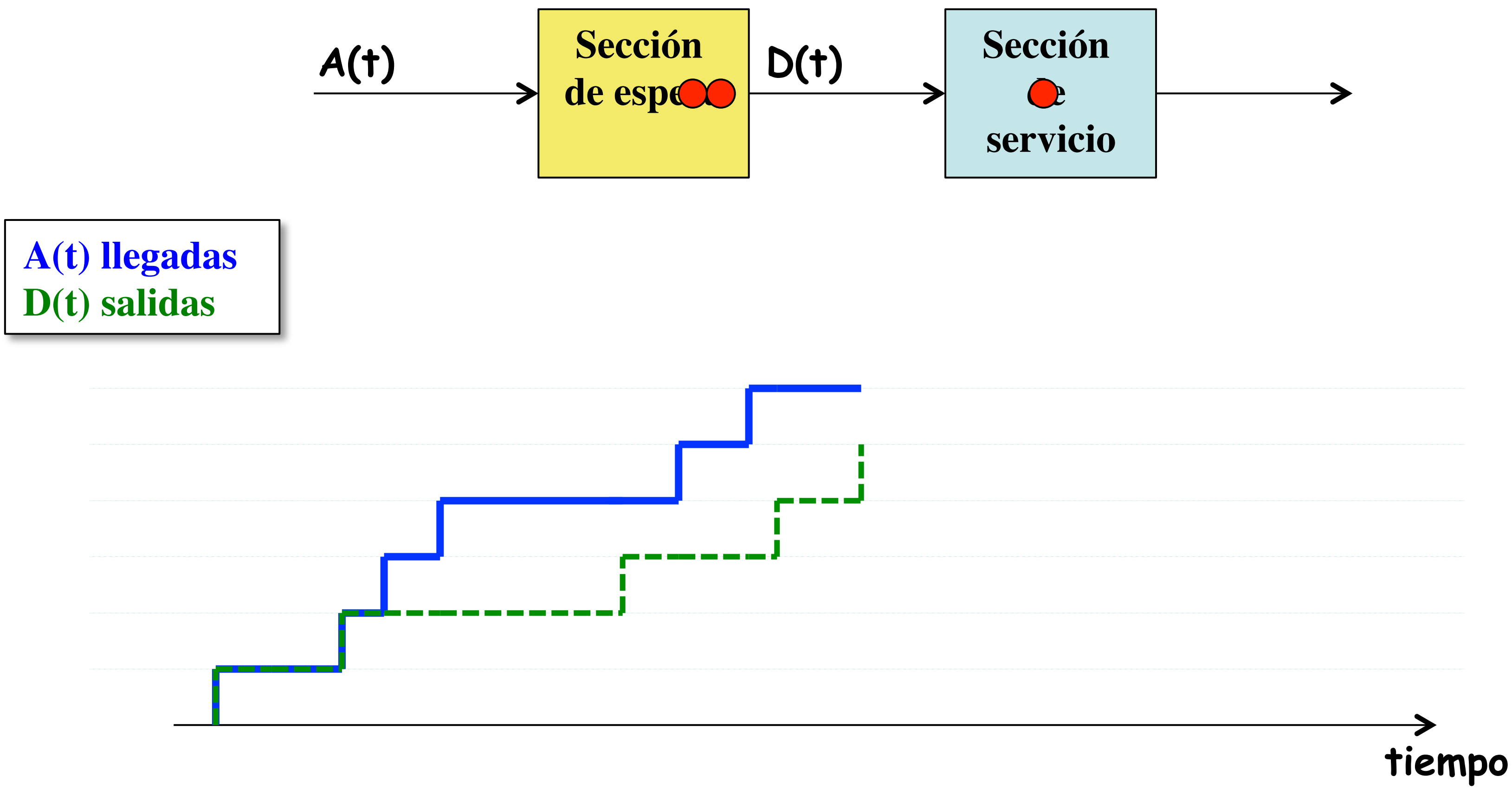
Sistema con cola

- A medida que los clientes terminan en la sección de servicio otros nuevos de la de espera pasan inmediatamente a ella (. . .)



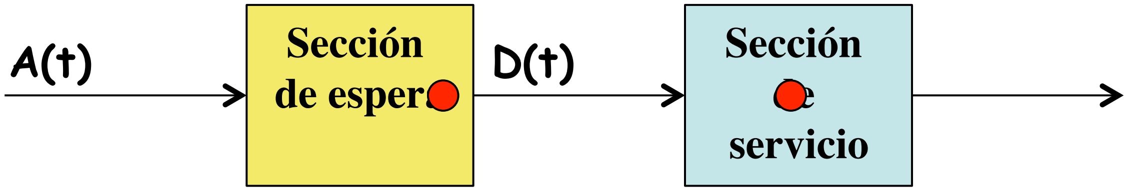
Sistema con cola

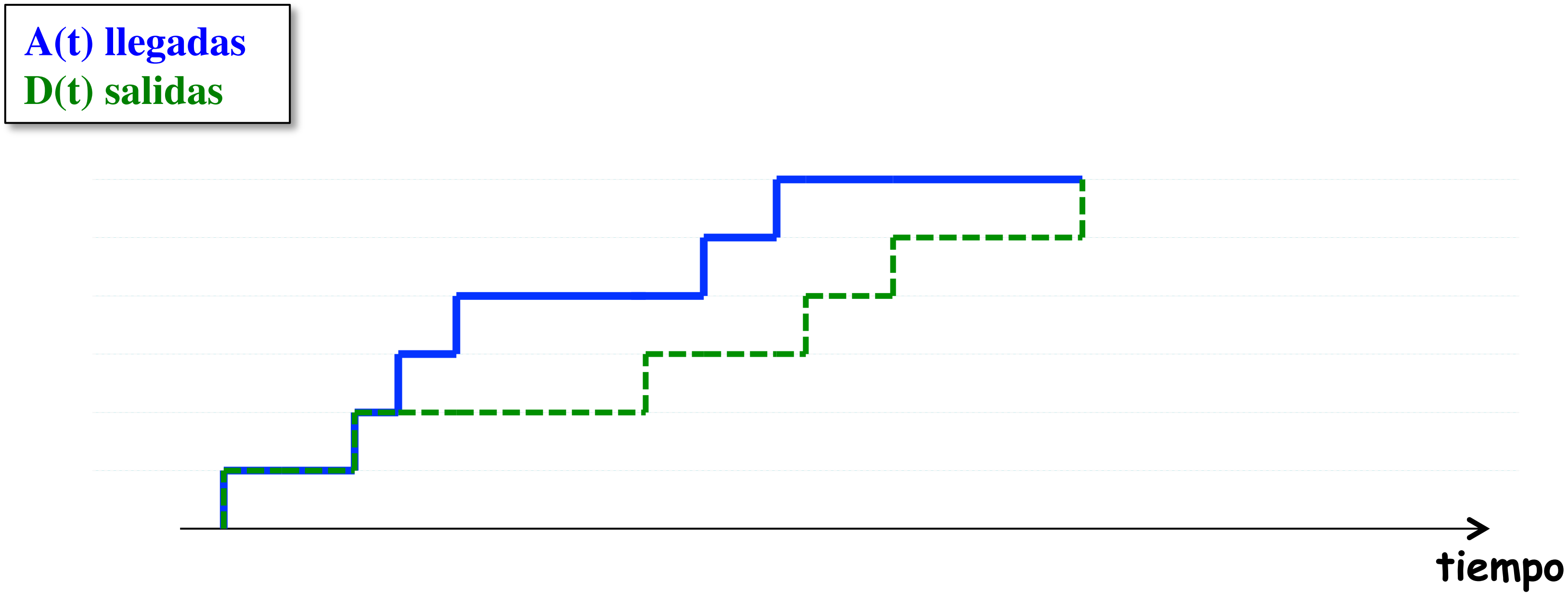
- A medida que los clientes terminan en la sección de servicio otros nuevos de la de espera pasan inmediatamente a ella (. . .)



Sistema con cola

- A medida que los clientes terminan en la sección de servicio otros nuevos de la de espera pasan inmediatamente a ella (. . .)

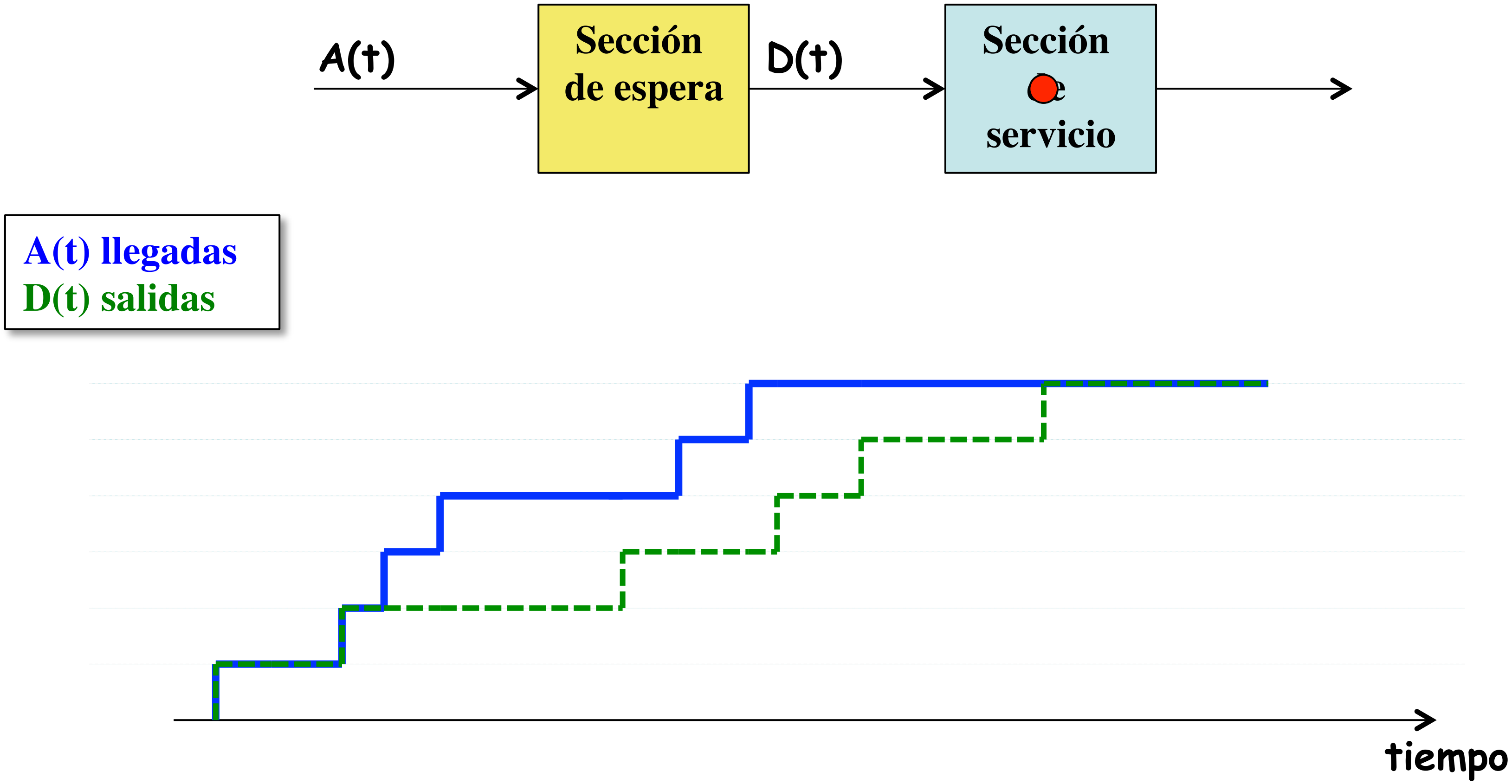




ARQUITECTURA DE REDES, SISTEMAS Y SERVICIOS
Área de Ingeniería Telemática

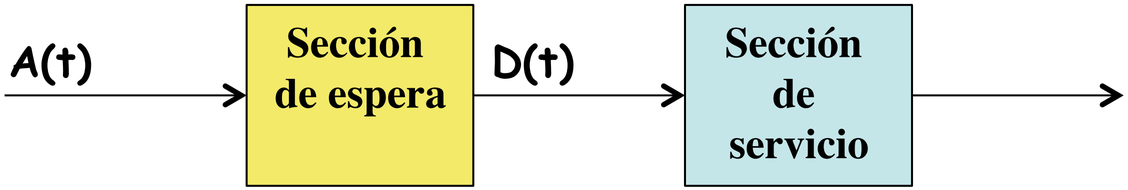
Sistema con cola

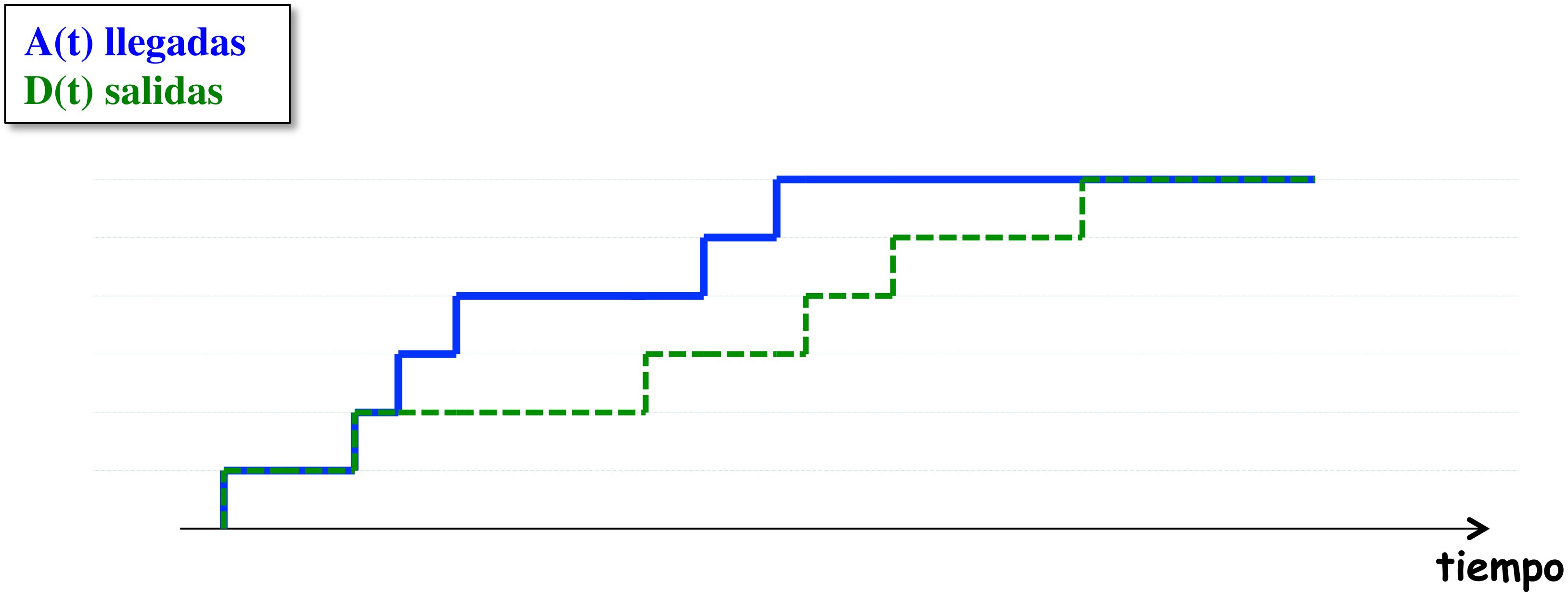
- A medida que los clientes terminan en la sección de servicio otros nuevos de la de espera pasan inmediatamente a ella (. . .)



Sistema con cola

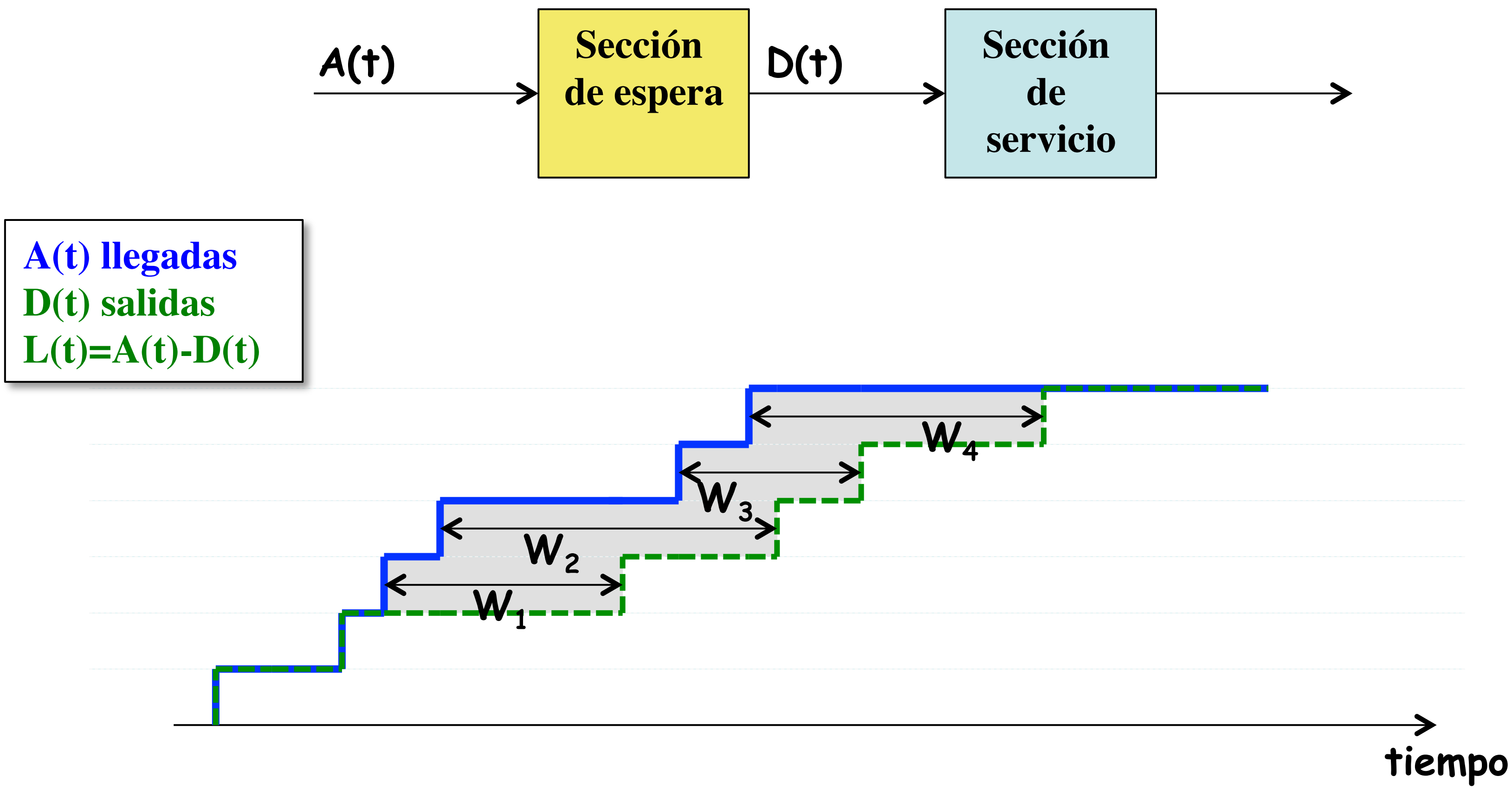
- Asumimos que es conservativo: todos los clientes que llegan son atendidos
- $L(t) = A(t) – D(t)$: número de usuarios en espera en el instante t





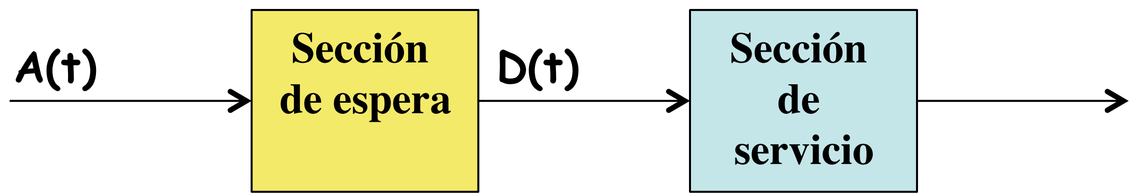
Sistema con cola

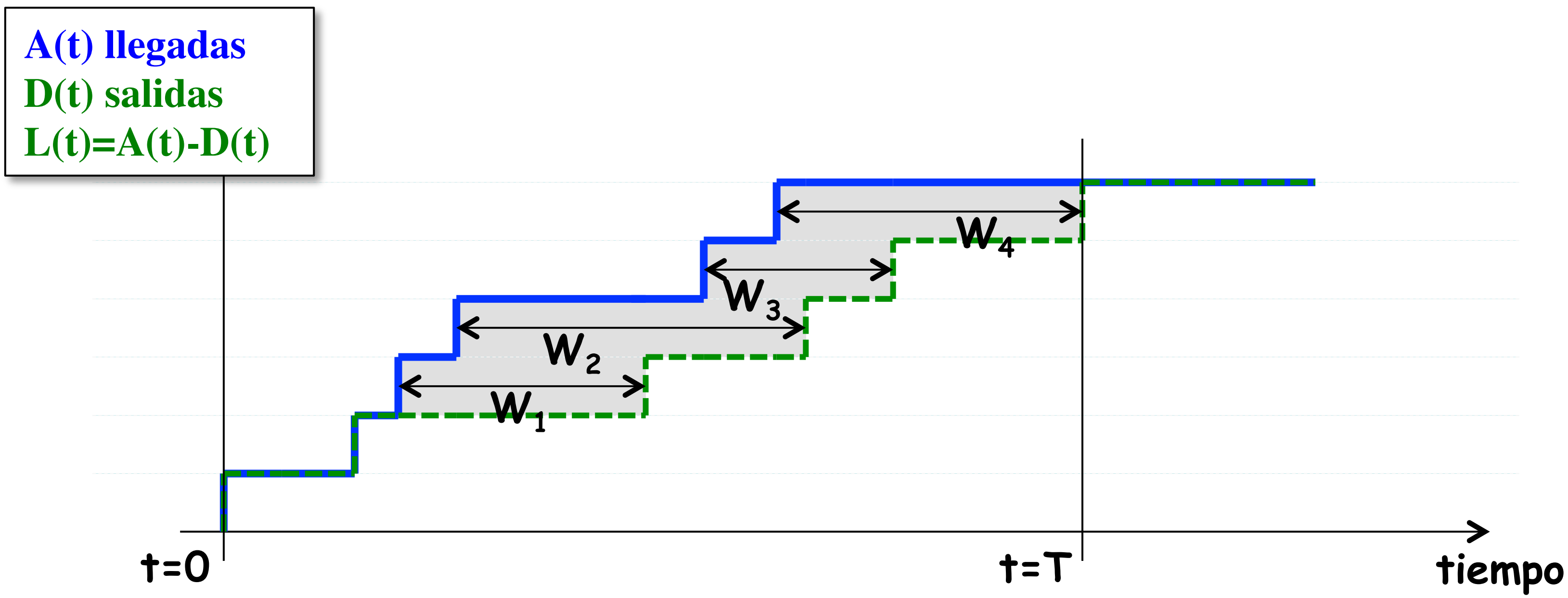
- W_i son tiempos durante los cuales algún cliente estuvo esperando



Sistema con cola

- W_i son tiempos durante los cuales algún cliente estuvo esperando
- Consideramos dos instantes en los que A(t)=D(t)
- Por ejemplo t=0 y t=T



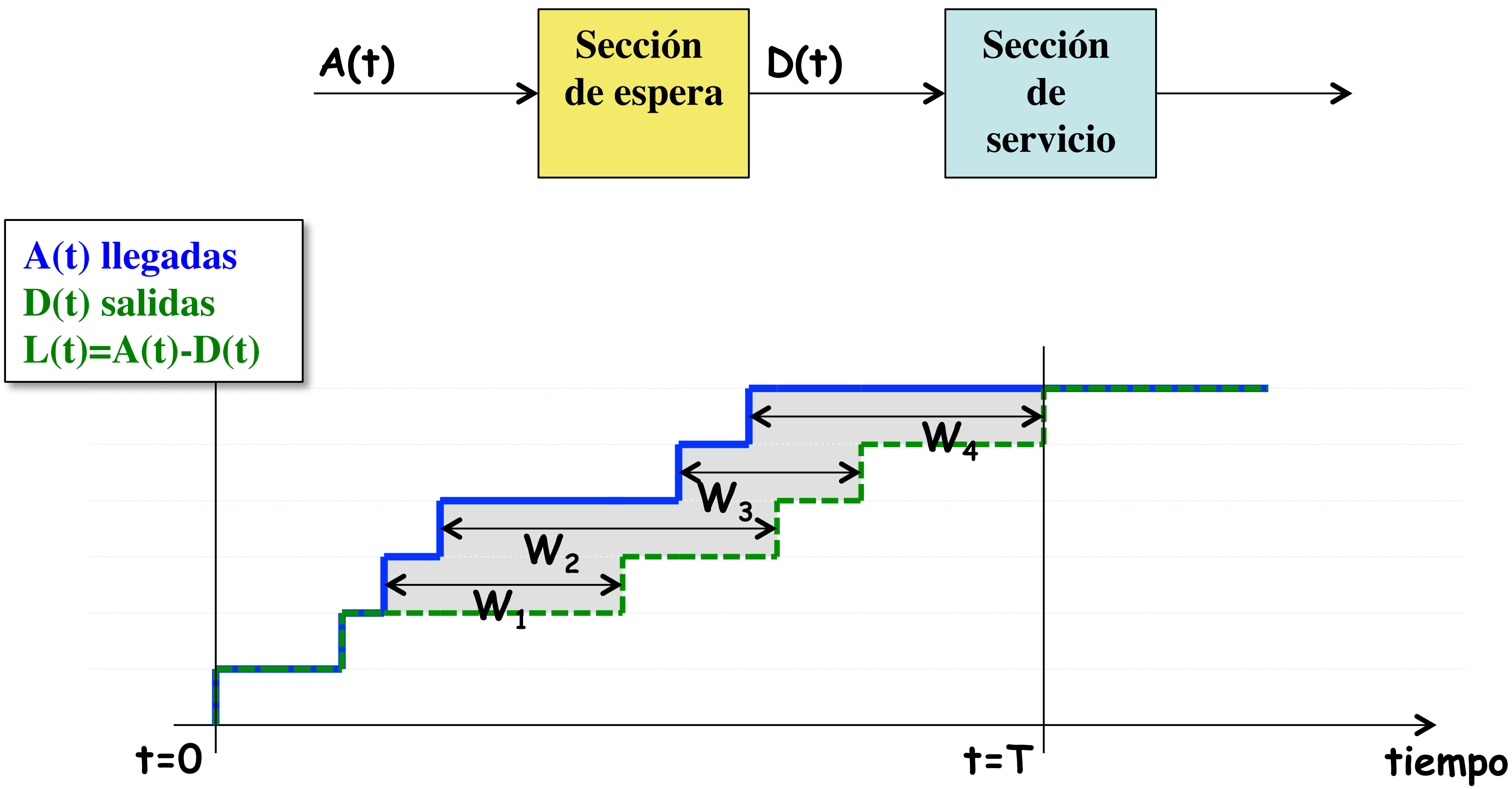


ARQUITECTURA DE REDES, SISTEMAS Y SERVICIOS
Área de Ingeniería Telemática

Sistema con cola

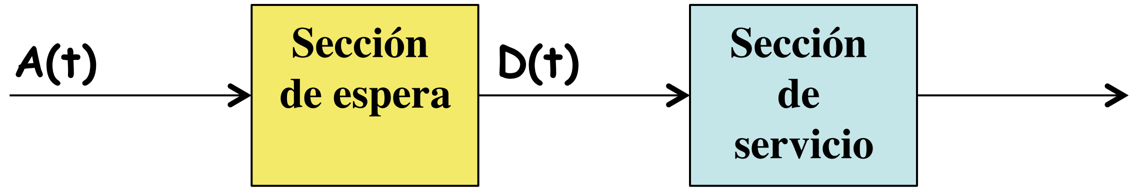
- El número de llegadas en ese intervalo es: n(T) = A(T) – A(0)
- El número *medio* de llegadas por unidad de tiempo en él es:

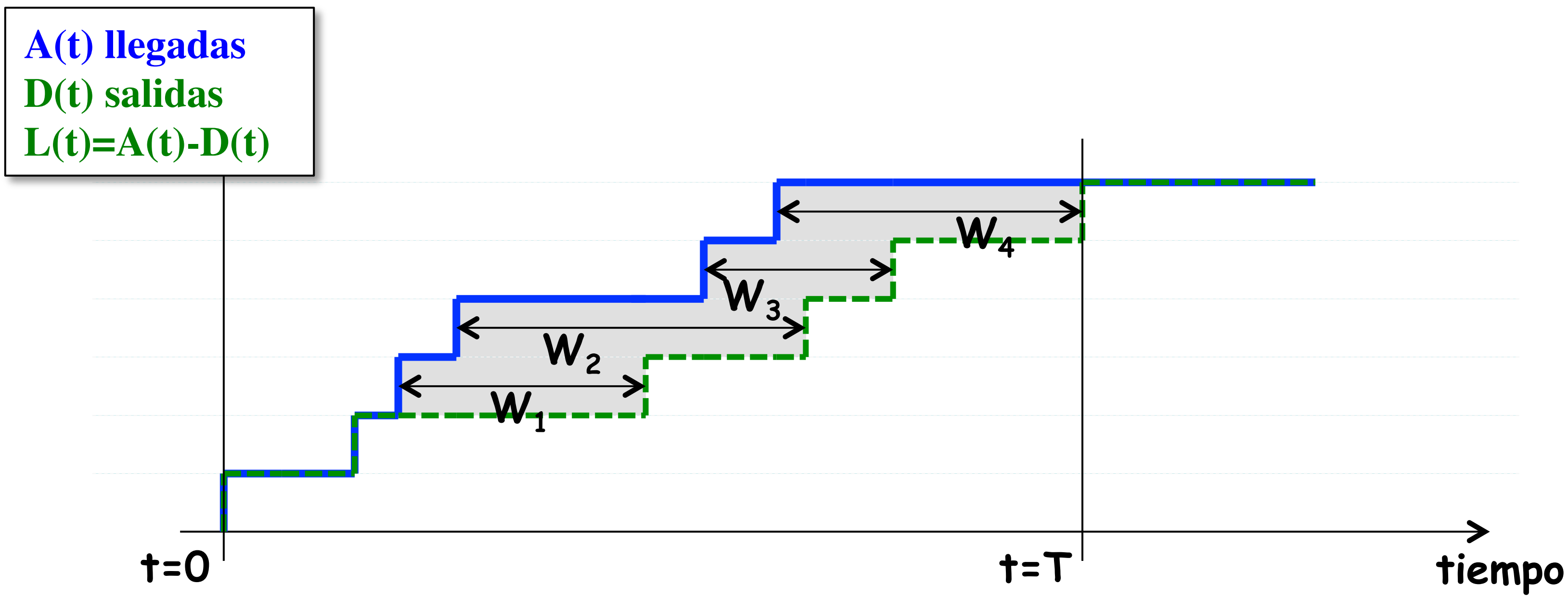
$$\lambda(T) = \frac{n(T)}{T}$$



Sistema con cola

- El área sombreada es: $\int_0^T L(t)\,dt = \sum_{j=1}^{n(T)} W_j$
- El tiempo medio de espera en ese intervalo es: $\overline{W}(T) = \sum_{j=1}^{n(T)} \frac{W_j}{n(T)} = \frac{\sum_{j=1}^{n(T)} W_j}{n(T)}$
- Y el número medio de usuarios en él es: $\overline{L}(T) = \frac{\int_0^T L(t)\,dt}{T}$

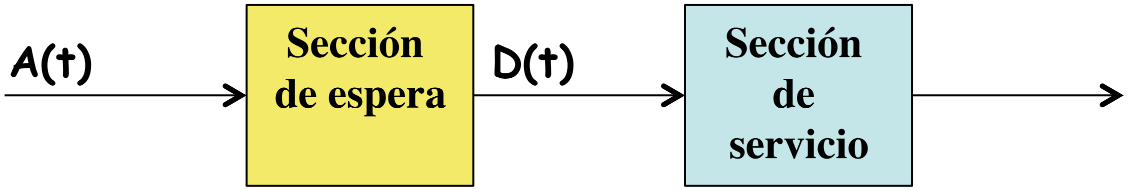


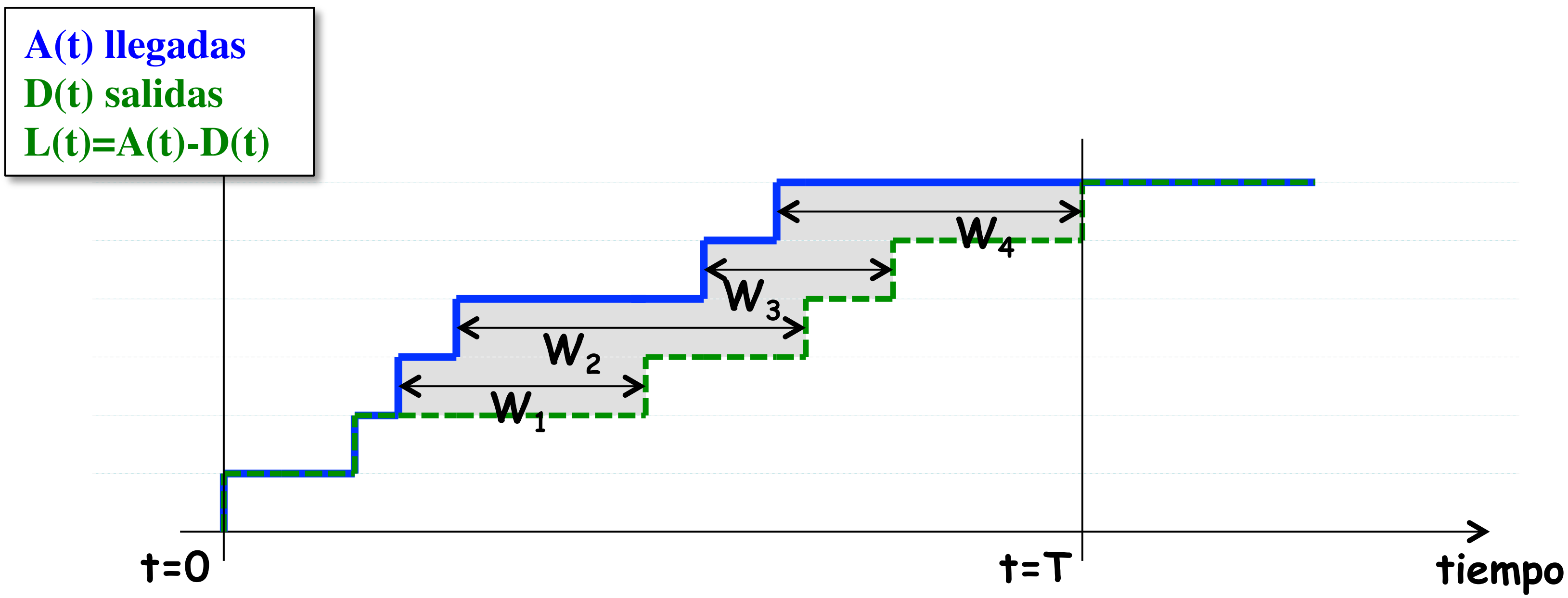


Sistema con cola

$$\lambda(T) = \frac{n(T)}{T} \qquad \int_0^T L(t)dt = \sum_{j=1}^{n(T)} W_j \qquad \bar{L}(T) = \frac{\int_0^T L(t)\,dt}{T} \qquad \overline{W}(T) = \frac{\sum_{j=1}^{n(T)} W_j}{n(T)}$$

$$\bar{L}(T) =$$

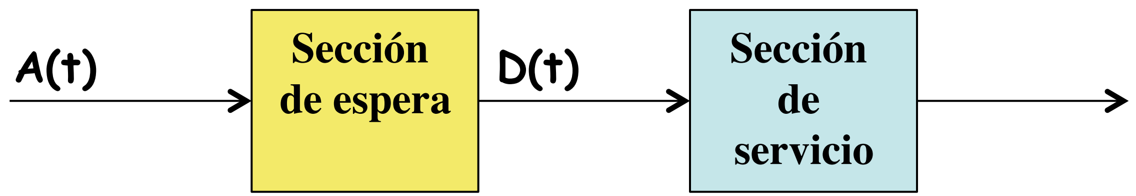




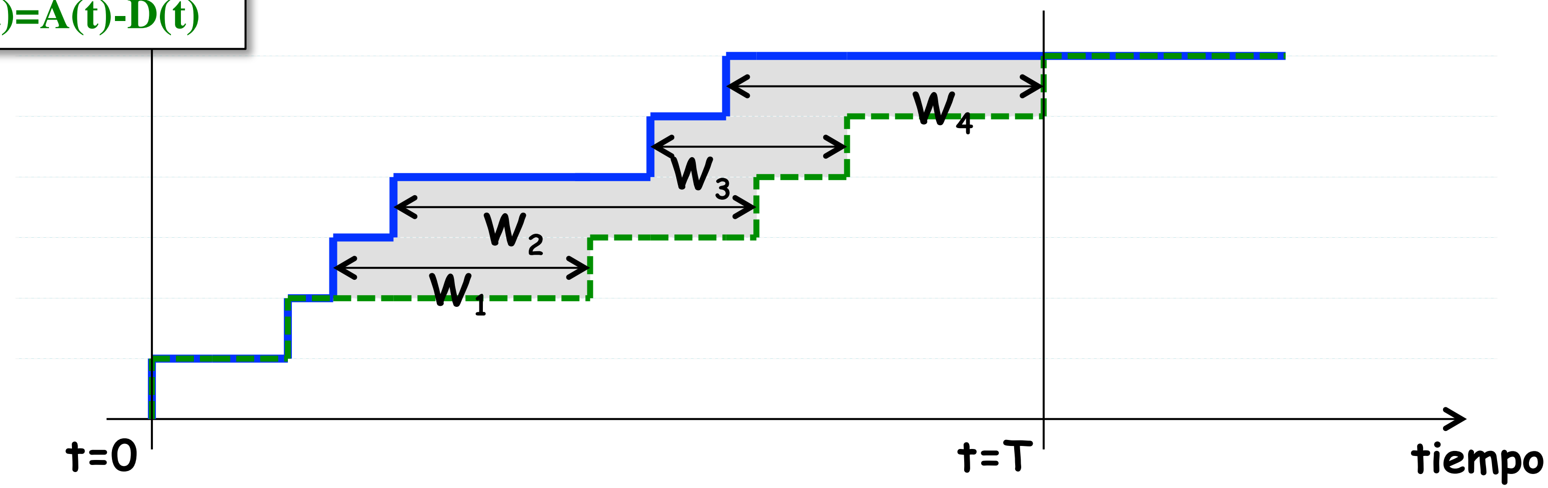
Sistema con cola

$$\lambda(T)=\frac{n(T)}{T} \qquad \int_0^T L(t)dt=\sum_{j=1}^{n(T)} W_j \qquad \overline{L}(T)=\frac{\int_0^T L(t)\,dt}{T} \qquad \overline{W}(T)=\frac{\sum_{j=1}^{n(T)} W_j}{n(T)}$$

$$\overline{L}(T)=\frac{\int_0^T L(t)\,dt}{T}$$



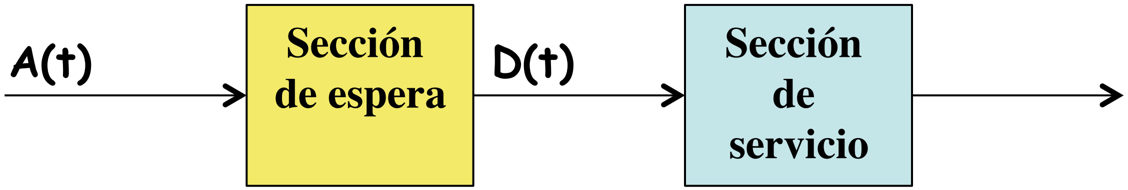
A(t) llegadas
D(t) salidas
L(t)=A(t)-D(t)

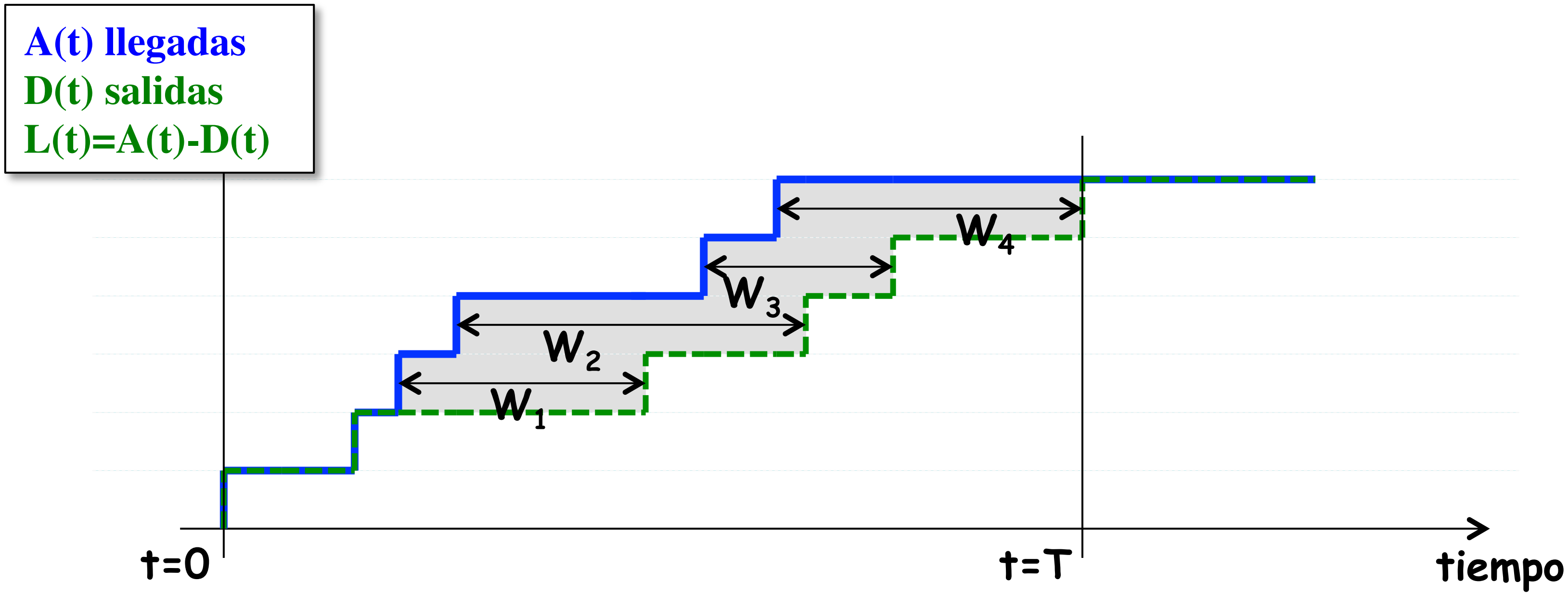


Sistema con cola

$$\lambda(T)=\frac{n(T)}{T} \qquad \int_0^T L(t)dt=\sum_{j=1}^{n(T)} W_j \qquad \overline{L}(T)=\frac{\int_0^T L(t)\,dt}{T} \qquad \overline{W}(T)=\frac{\sum_{j=1}^{n(T)} W_j}{n(T)}$$

$$\overline{L}(T)=\frac{\int_0^T L(t)\,dt}{T}=\frac{\sum_{j=1}^{n(T)} W_j}{T}$$

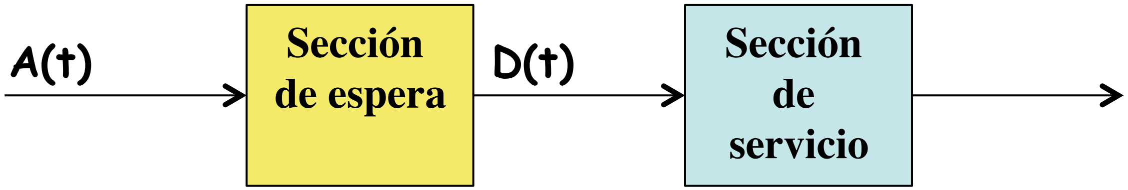




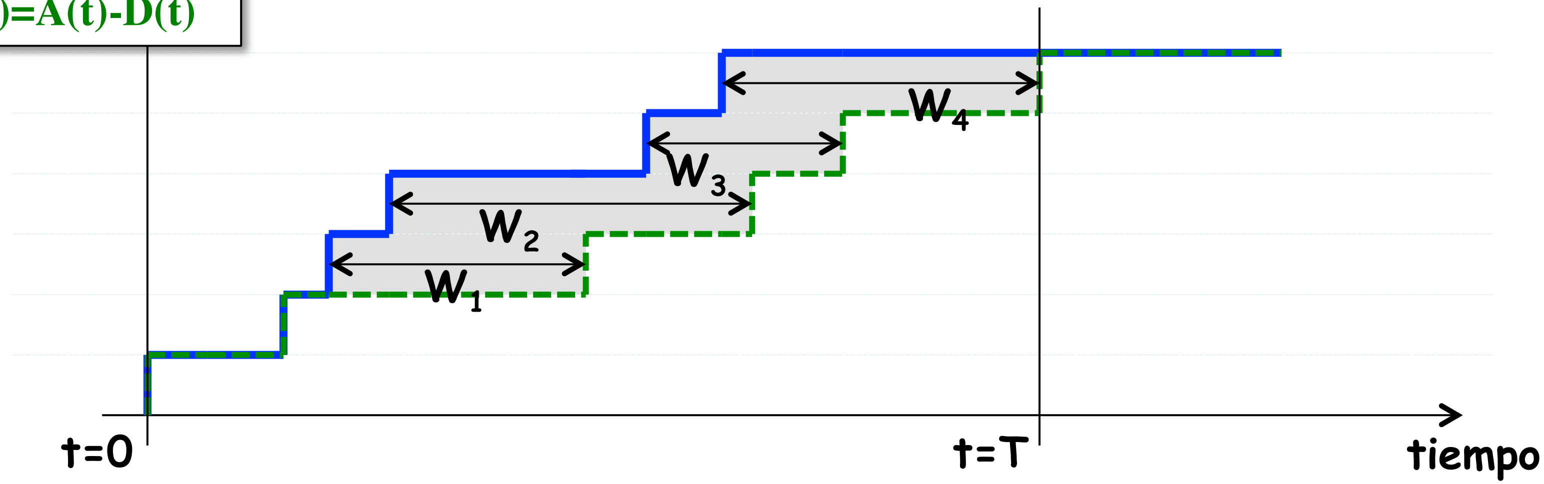
Sistema con cola

$$\lambda(T) = \frac{n(T)}{T} \qquad \int_0^T L(t)dt = \sum_{j=1}^{n(T)} W_j \qquad \overline{L}(T) = \frac{\int_0^T L(t)\,dt}{T} \qquad \overline{W}(T) = \frac{\sum_{j=1}^{n(T)} W_j}{n(T)}$$

$$\overline{L}(T) = \frac{\int_0^T L(t)\,dt}{T} = \frac{\sum_{j=1}^{n(T)} W_j}{T} = \frac{n(T)\overline{W}(T)}{T}$$



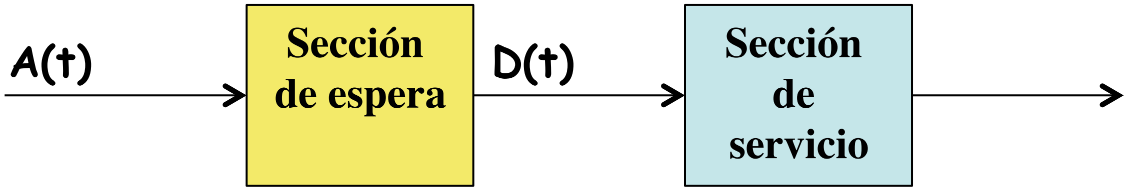
A(t) llegadas
D(t) salidas
L(t)=A(t)-D(t)



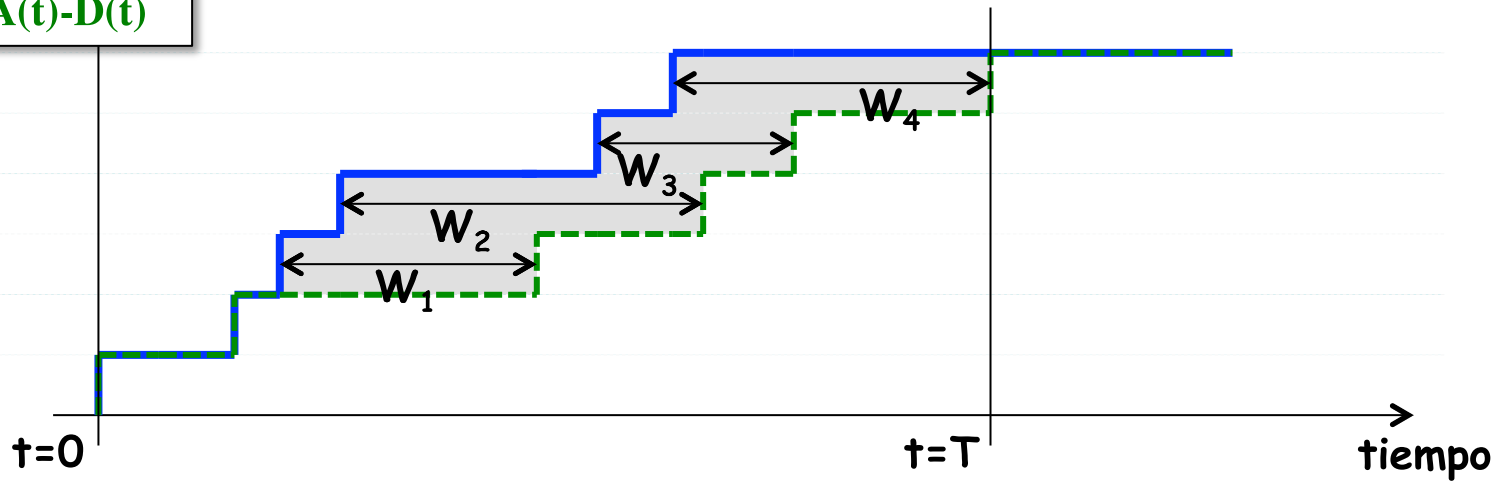
Sistema con cola

$$\lambda(T)=\frac{n(T)}{T} \qquad \int_0^T L(t)\,dt=\sum_{j=1}^{n(T)} W_j \qquad \overline{L}(T)=\frac{\int_0^T L(t)\,dt}{T} \qquad \overline{W}(T)=\frac{\sum_{j=1}^{n(T)} W_j}{n(T)}$$

$$\overline{L}(T)=\frac{\int_0^T L(t)\,dt}{T}=\frac{\sum_{j=1}^{n(T)} W_j}{T}=\frac{n(T)\overline{W}(T)}{T}=\lambda(T)\overline{W}(T)$$



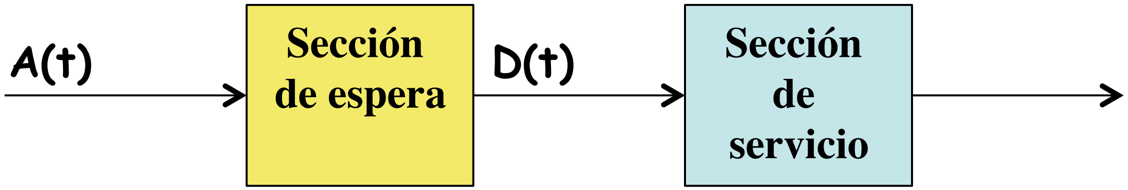
A(t) llegadas
D(t) salidas
L(t)=A(t)-D(t)



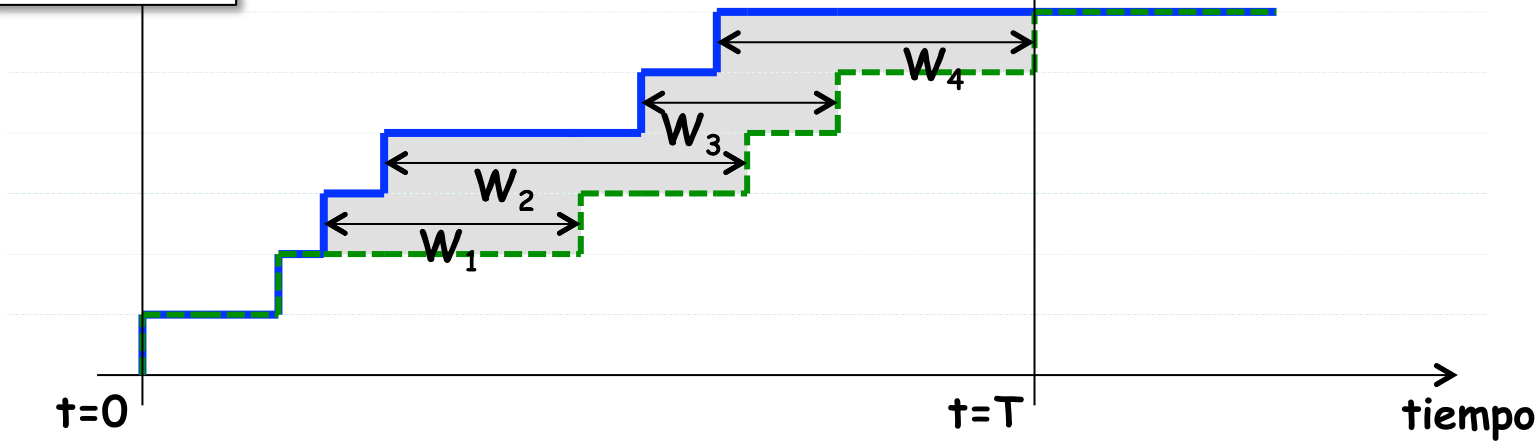
Sistema con cola

$$\lambda(T) = \frac{n(T)}{T} \qquad \int_0^T L(t)dt = \sum_{j=1}^{n(T)} W_j \qquad \overline{L}(T) = \frac{\int_0^T L(t)\,dt}{T} \qquad \overline{W}(T) = \frac{\sum_{j=1}^{n(T)} W_j}{n(T)}$$

$$\boxed{\overline{L}(T) = \lambda(T)\overline{W}(T)}$$



A(t) llegadas
D(t) salidas
L(t)=A(t)-D(t)

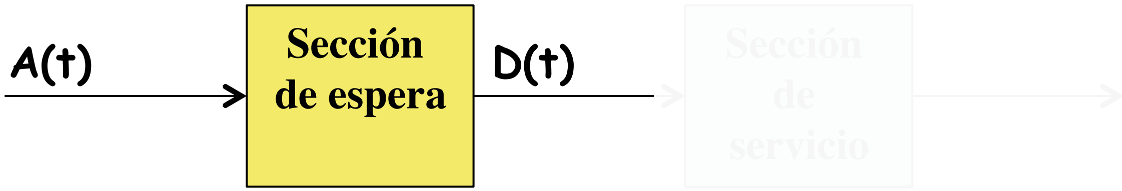


Fórmula de Little

- Número medio de usuarios en el sistema = tasa media de llegadas x tiempo medio de espera

$$\overline{L}(T) = \lambda(T)\overline{W}(T)$$

- Demostrado para FIFO pero válido para cualquier política de servicio
- El “sistema” puede englobar cualquier número de elementos
- Podría ser por ejemplo solamente la sección de espera (…)



Fórmula de Little

- Número medio de usuarios en el sistema = tasa media de llegadas x tiempo medio de espera

$$\overline{L}(T) = \lambda(T)\overline{W}(T)$$

- Demostrado para FIFO pero válido para cualquier política de servicio
- El "sistema" puede englobar cualquier número de elementos
- O ser solamente la sección de servicio

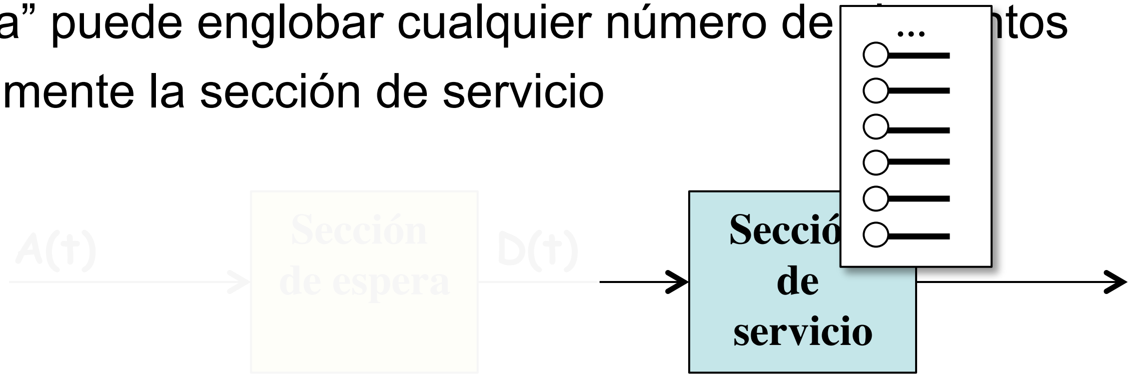
- (…)

Fórmula de Little

- Número medio de usuarios en el sistema = tasa media de llegadas x tiempo medio de espera

$$\overline{L}(T) = \lambda(T)\overline{W}(T)$$

- Demostrado para FIFO pero válido para cualquier política de servicio
- El "sistema" puede englobar cualquier número de elementos
- O ser solamente la sección de servicio



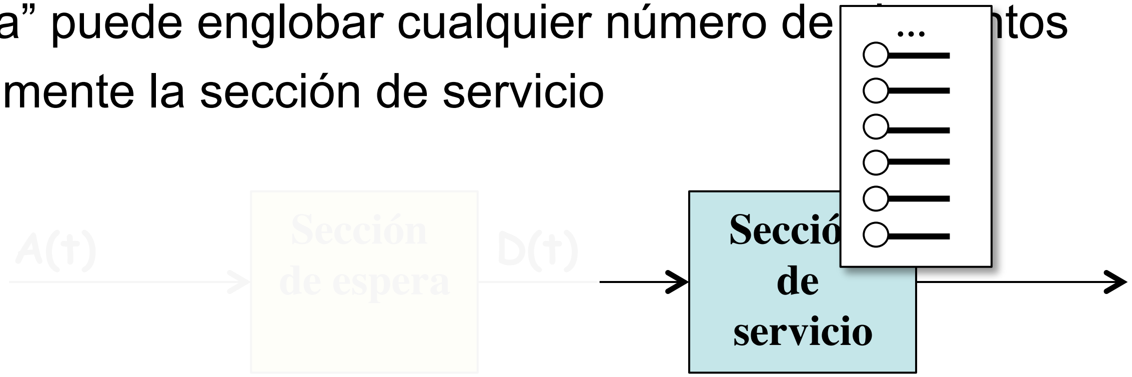
- Supongamos que la sección de servicio es una troncal de "infinitas" líneas y no hay cola (en vez de poder esperar se "bloquean")
- La fórmula de Little nos dice que el número medio de líneas en uso (número medio de clientes en el sistema) es igual a la tasa media de llegadas multiplicada por el tiempo medio de servicio (…)

Fórmula de Little

- Número medio de usuarios en el sistema = tasa media de llegadas x tiempo medio de espera

$$\overline{L}(T) = \lambda(T)\overline{W}(T)$$

- Demostrado para FIFO pero válido para cualquier política de servicio
- El “sistema” puede englobar cualquier número de elementos
- O ser solamente la sección de servicio



- Supongamos que la sección de servicio es una troncal de “infinitas” líneas y no hay cola (en vez de poder esperar se “bloquean”)
- La fórmula de Little nos dice que el número medio de líneas en uso (número medio de clientes en el sistema) es igual a la tasa media de llegadas multiplicada por el tiempo medio de servicio
- Es decir, la intensidad de tráfico media $I = \lambda s$

Mayor complejidad

- *¿ Qué ocurre si las llamadas se retienen hasta que sean atendidas ?*

  Teoría de colas (función C de Erlang)

- *¿ Qué ocurre si tenemos en cuenta que hay un número finito (y conocido) de usuarios ?*

  Fórmula de Engset

Preguntas pendientes

- *¿Y en el caso de conmutación de paquetes?*
  - Teoría de colas
  - Problemas más complicados
  - Peores aproximaciones
  - Mayor número de problemas sin resolver

Resumen

- El tráfico telefónico se modela mediante procesos de llegadas de Poisson y duraciones exponenciales
- La probabilidad de bloqueo externo con tráfico telefónico se puede aproximar mediante la B de Erlang
- Erlang B sirve aunque los servicios no sean exponenciales siempre que sea i.i.d.
- Tráfico de desbordamiento no es de Poisson y suponerlo conlleva subdimensionamiento
- Fórmula de Little: $L = \lambda W$
- Si no hay pérdidas el número medio de líneas en uso es la intensidad de tráfico media