

# Caracterización del tráfico

Area de Ingeniería Telemática  
<http://www.tlm.unavarra.es>

Arquitectura de Redes, Sistemas y Servicios  
Grado en Ingeniería en Tecnologías de  
Telecomunicación, 2º

# Temario

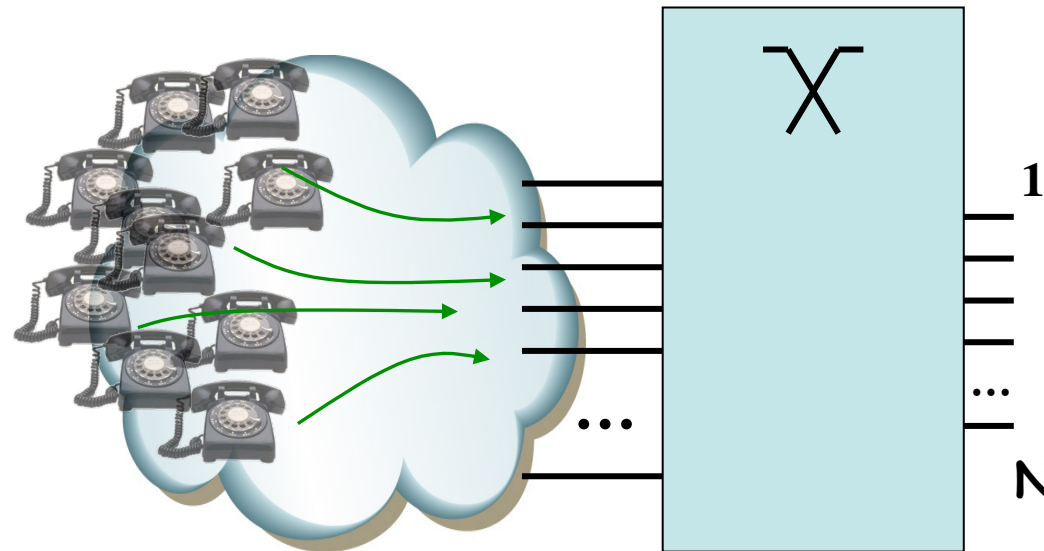
1. Introducción
2. Arquitecturas de conmutación y protocolos
3. Introducción a las tecnologías de red
4. Control de acceso al medio
5. **Conmutación de circuitos**
  1. La Red Telefónica Básica
  2. Modelado de usuarios
  3. Cálculos de bloqueo
6. Transporte fiable
7. Encaminamiento
8. Programación para redes y servicios

# Objetivos

- Conocer los modelos básicos para usuarios de la red telefónica

# Problema tipo a resolver

- Conmutador con líneas de entrada y de salida
- Entradas usuarios finales o troncales: lo que nos importará es la cantidad de llamadas que llegan al conmutador
- Salidas troncales (máximo  $N$  llamadas simultáneas salen)
- Decidir  $N$  para poder cursar las llamadas con una probabilidad de bloqueo máxima objetivo
- o decidir la cantidad de llamadas que puede cursar para un  $N$  y ese máximo bloqueo



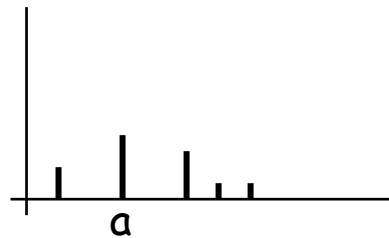
# Modelando la carga

## Variable aleatoria (V)

- No tiene un valor sino que describe el resultado aleatorio de un experimento
- Se caracteriza por la descripción de los posibles resultados que puede tomar en términos de probabilidad
- **Función de distribución / densidad de probabilidad**

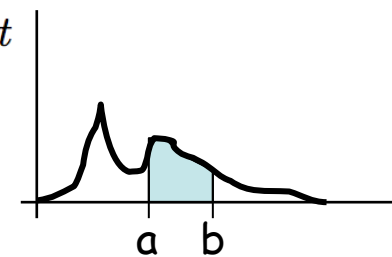
Variable discreta

$$p(a) = P[V = a]$$



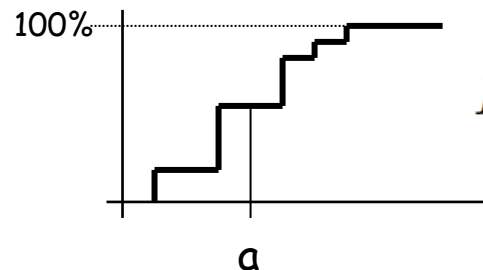
$$P[a < V < b] = \int_a^b p(t)dt$$

Variable continua



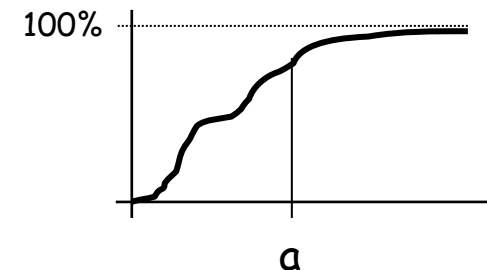
- **Función acumulada de probabilidad / distribución**

Variable discreta



$$P[V \leq a] = F(a)$$

Variable continua



# Modelando la carga

## Procesos estocásticos (V)

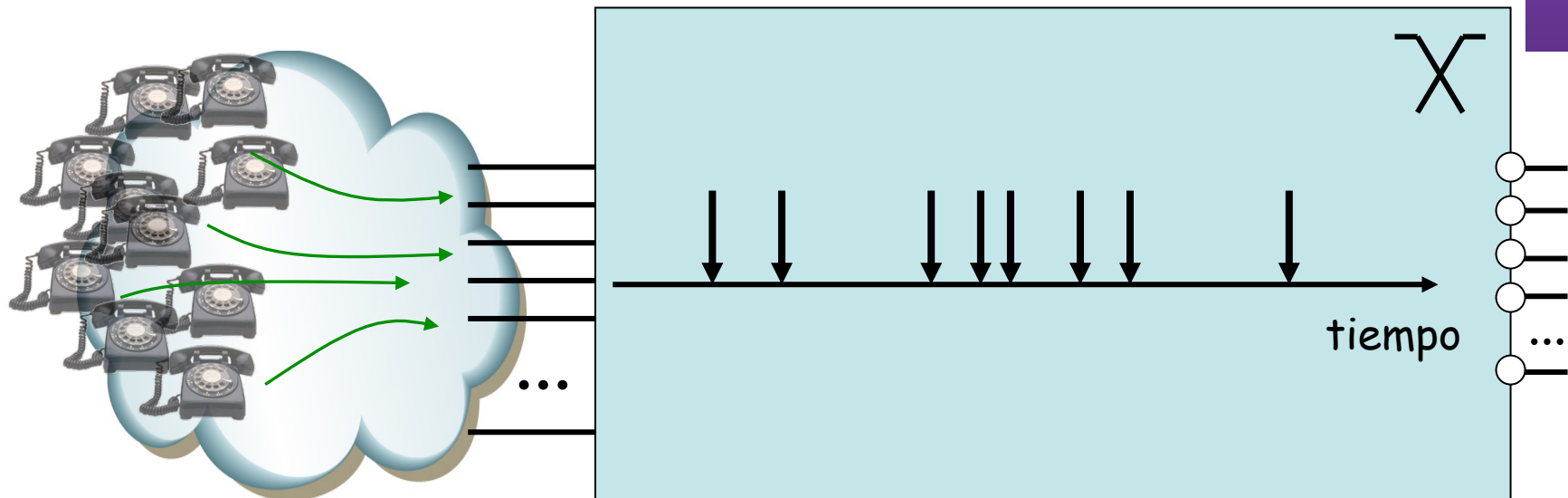
- Una familia de variables aleatorias

$$\{X_t : t \in T\}$$

- Hablaremos de
  - “Tiempo continuo” cuando  $T$  es real, por ejemplo  $T = [0, \infty]$
  - “Tiempo discreto” cuando  $T$  es numerable, por ejemplo  $T = \{0, 1, 2, \dots\}$

# Proceso de llegadas

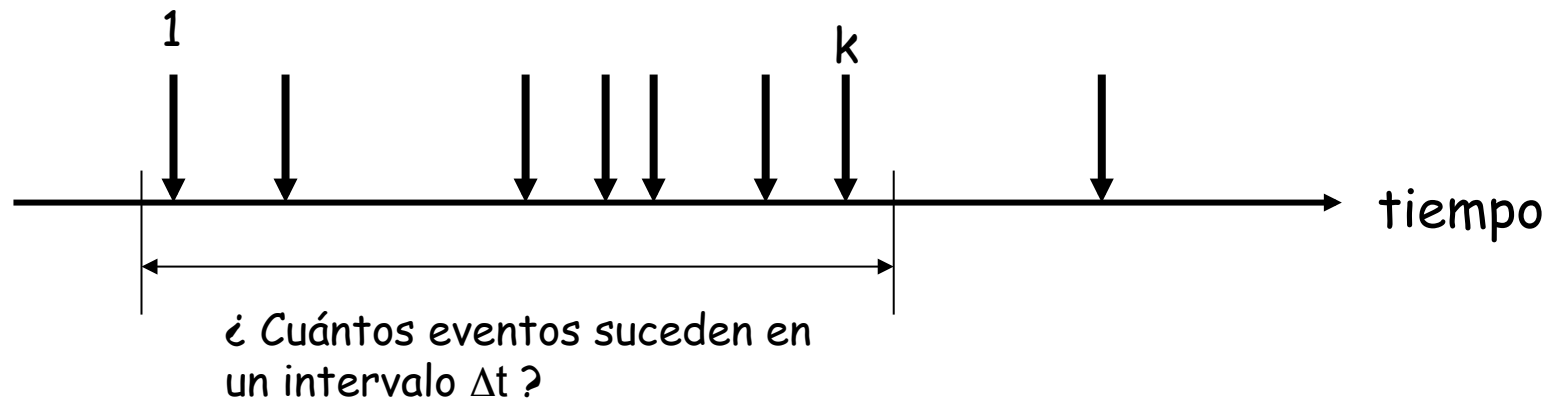
- Hipótesis fundamental en teoría clásica: llegadas independientes
- Tasa media de llegadas de llamadas de una gran población de fuentes (usuarios) independientes:  $\lambda$



# Número de Llegadas

- Hipótesis:
  - En un intervalo suficientemente pequeño solo puede producirse una llegada
  - La probabilidad de una llegada en un intervalo suficientemente pequeño es directamente proporcional a la longitud del mismo (probabilidad  $\lambda\Delta t$ )
  - La probabilidad de una llegada en un intervalo es independiente de lo que suceda en otros intervalos
- Se demuestra que el número de llegadas en un intervalo sigue una distribución de Poisson

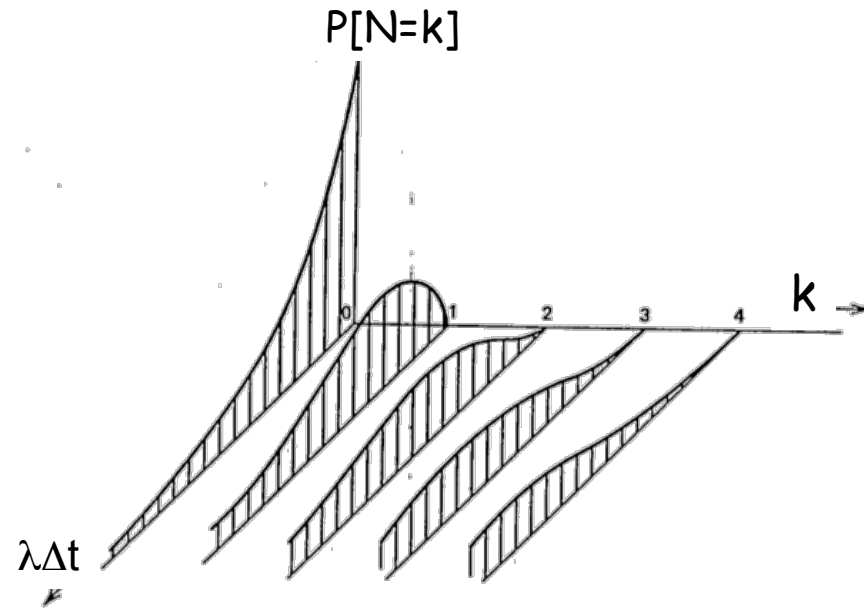
$$P_{\lambda\Delta t}[N = k] = \frac{(\lambda\Delta t)^k}{k!} e^{-\lambda\Delta t}$$





# Distribución de Poisson

$$P[N = k] = \frac{(\lambda\Delta t)^k}{k!} e^{-\lambda\Delta t}$$



- Es una función de distribución:

$$\sum_{k=0}^{\infty} P[N = k] = \left( 1 + \lambda\Delta t + \frac{(\lambda\Delta t)^2}{2} + \frac{(\lambda\Delta t)^3}{6} + \dots \right) e^{-\lambda\Delta t} = e^{\lambda\Delta t} e^{-\lambda\Delta t} = 1$$

- Su valor medio es  $\lambda\Delta t$  :

$$\bar{N} = E[N] = \sum_{k=0}^{\infty} kP[N = k] = \left( 0 + \lambda\Delta t + (\lambda\Delta t)^2 + \frac{(\lambda\Delta t)^3}{2} + \frac{(\lambda\Delta t)^4}{6} \dots \right) e^{-\lambda\Delta t} = \lambda\Delta t e^{\lambda\Delta t} e^{-\lambda\Delta t} = \lambda\Delta t$$

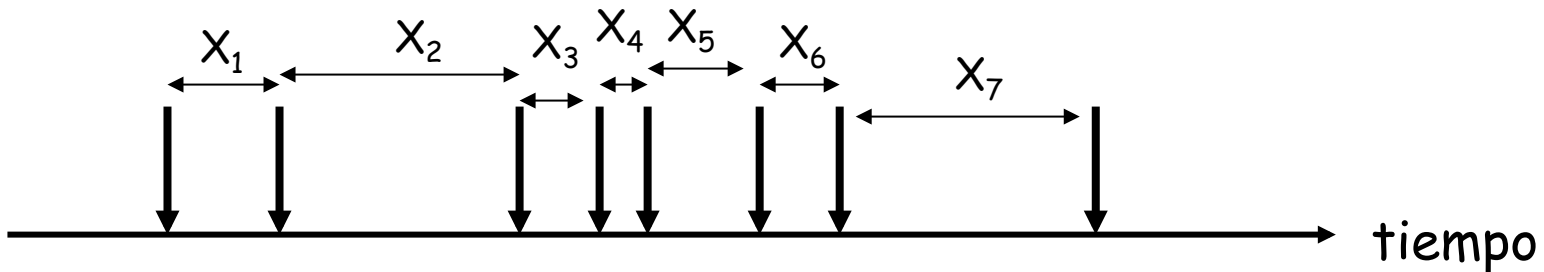
# Tiempos entre llegadas

- Se demuestra que: si el número de eventos que ocurren en un intervalo cualquiera sigue una distribución de Poisson, los tiempos entre llegadas de eventos siguen una distribución exponencial
- El tiempo entre llegadas sigue una v.a. exponencial de parámetro  $\lambda$
- $X_i$  variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d.) ('X')

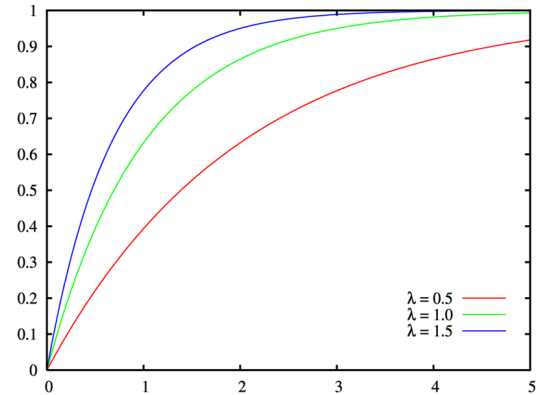
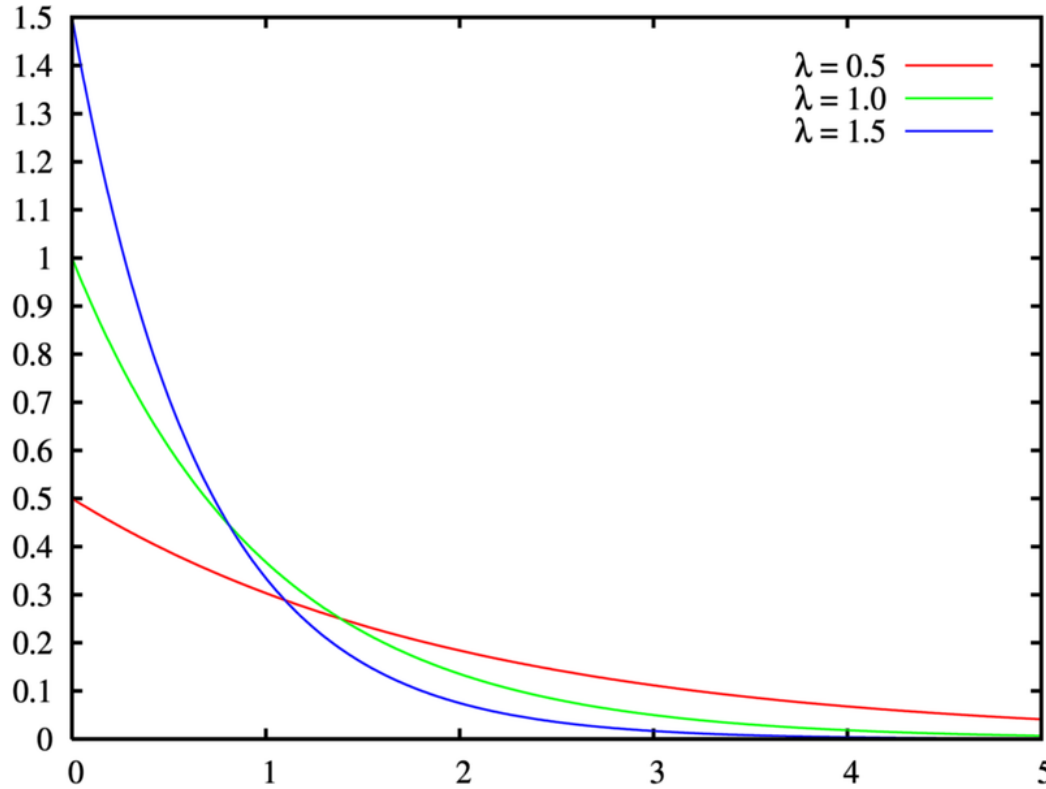
$$p_X(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (t > 0)$$

$$P[X < t] = 1 - e^{-\lambda t}$$

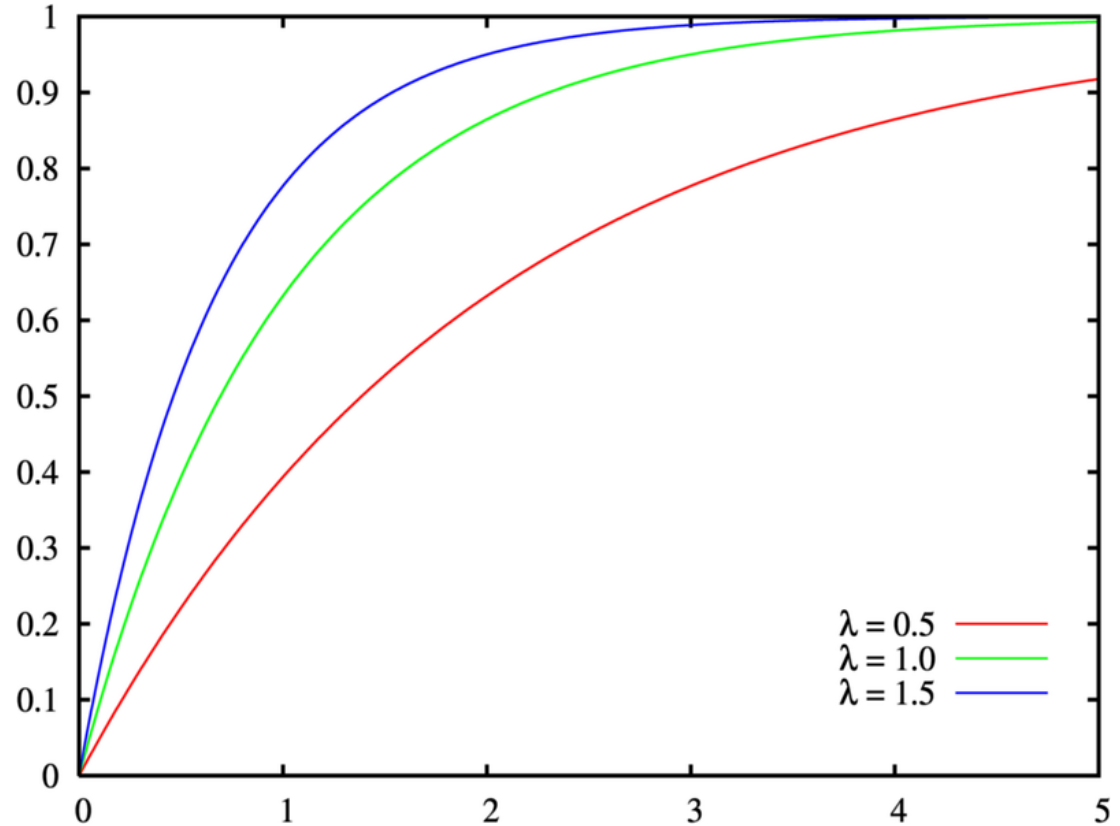
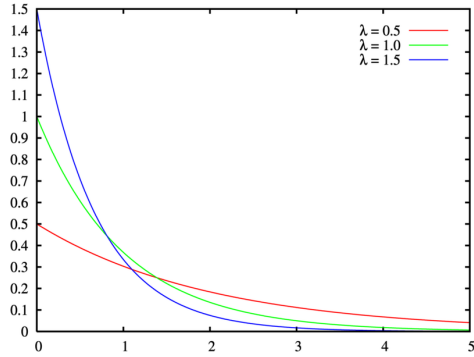
- Media:  $E[X] = \int_0^{\infty} t \lambda e^{-\lambda t} = 1/\lambda$
- Tiempo medio entre llegadas  $1/\lambda \Rightarrow$  en media  $\lambda$  llegadas por segundo



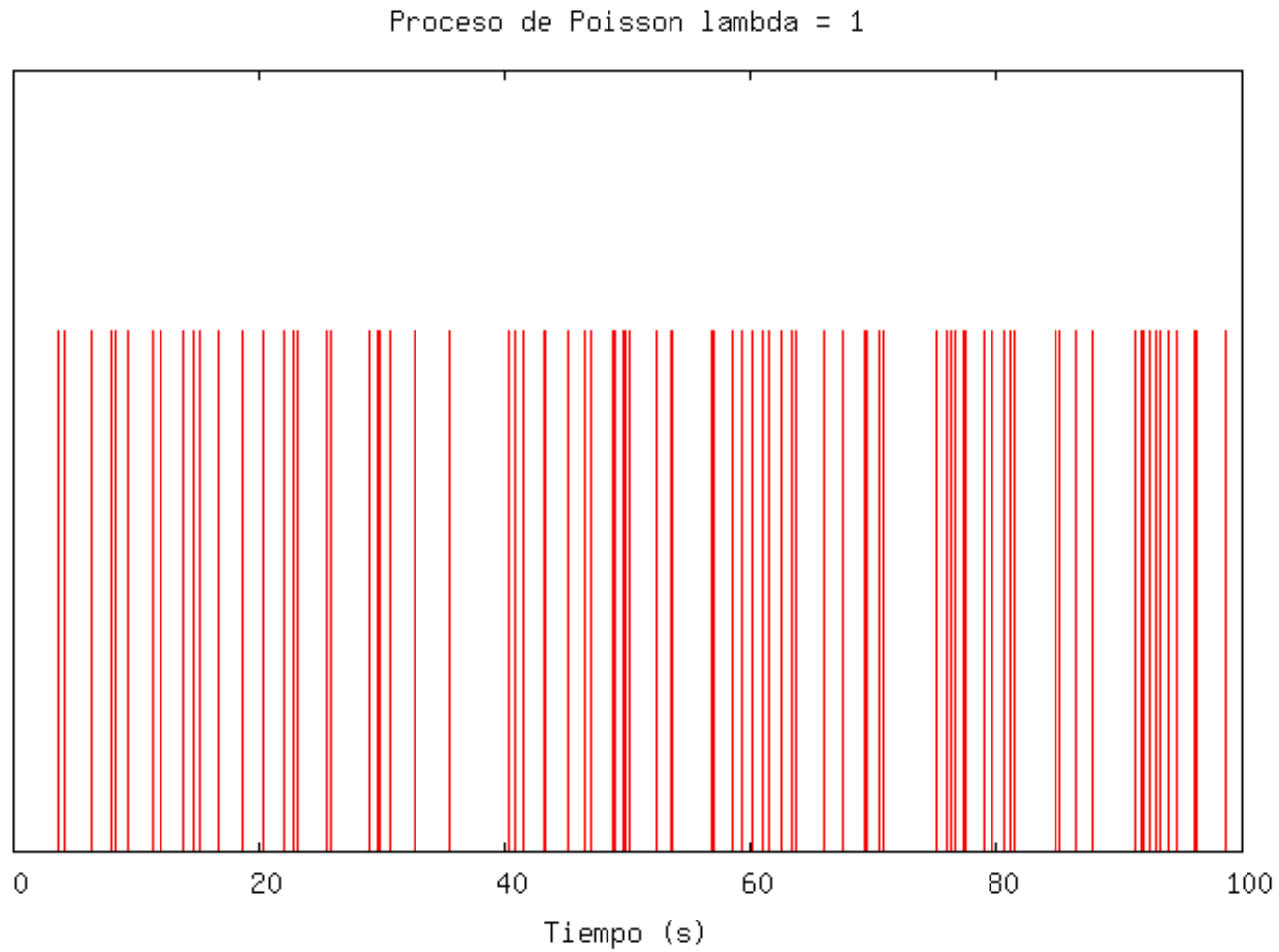
# Ejemplo (exponencial)



# Ejemplo (exponencial)

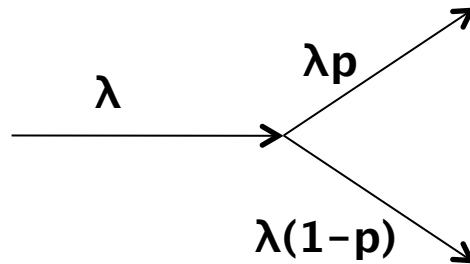


# Ejemplo (proceso de Poisson)



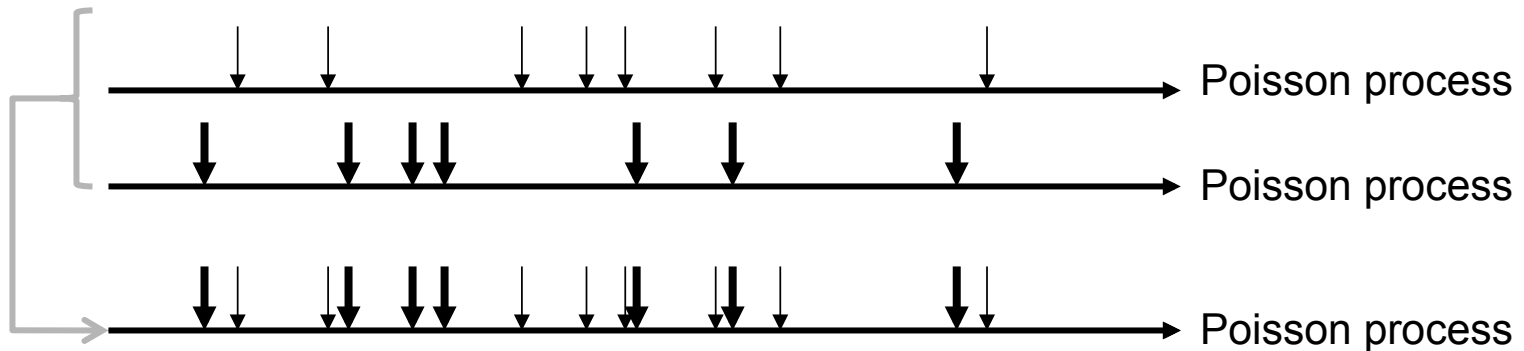
# Random splitting

- Proceso de Poisson con tasa  $\lambda$
- Repartidas las llegadas en dos grupos mediante Bernoulli de parámetro  $p$
- Los procesos resultantes son procesos de Poisson de tasas  $\lambda p$  y  $\lambda(1-p)$



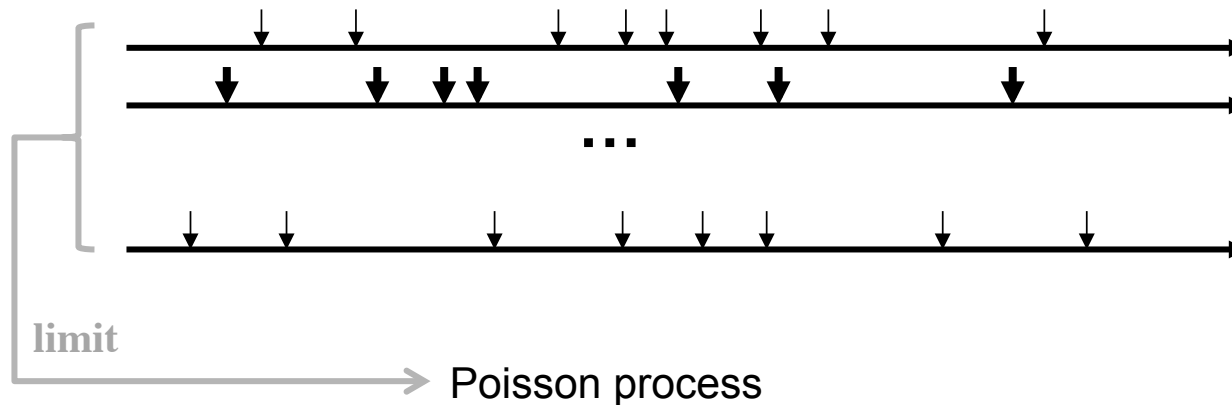
# Superposición

- La superposición de dos procesos de Poisson es un proceso de Poisson de tasa la suma de las dos (...)



# Superposición

- Para ciertos procesos muy comunes (independientes), la superposición de un gran número de ellos tiende a un proceso de Poisson

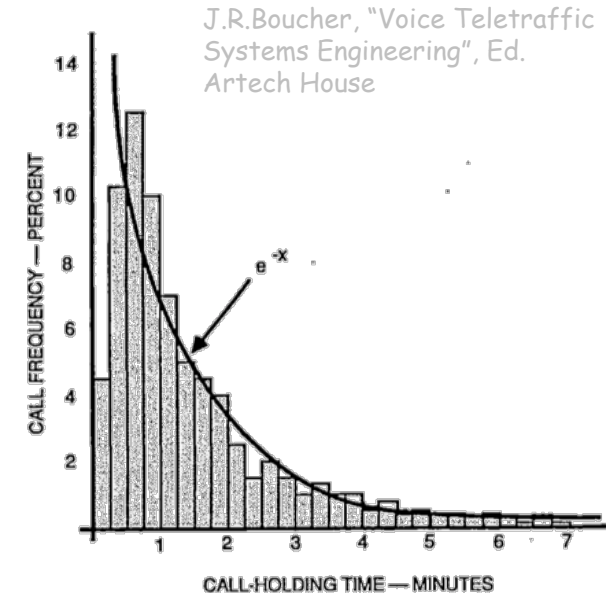


- Las peticiones de usuarios individuales es probable que no se puedan modelar con un proceso de Poisson
- El múltiplex de un gran número de usuarios independientes sí



# Tiempo de ocupación

- Duración de las llamadas
- Lo más simple: tiempo constante
  - Poco realista para llamadas
  - Actividades automáticas: reproducción de mensajes, procesado de señalización, etc.
- Tiempo exponencial
  - Variables aleatorias (continuas) 's<sub>i</sub>'
  - i.i.d. ('s')
  - Tiempos menores de la media muy comunes
  - Cada vez menos comunes tiempos mayores que la media
  - Propiedad: el tiempo restante de una llamada es independiente de lo que haya durado hasta ahora
- Duración exponencial: 's' caracterizada por su función de densidad



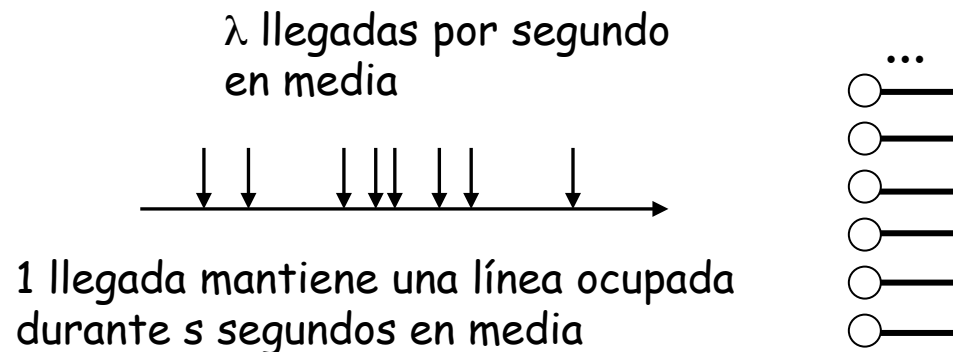
$$p_s(t) = \mu e^{-\mu t} \quad (t > 0)$$

$$\int_0^{\infty} \mu e^{-\mu t} dt = 1 \quad \text{es una fdp}$$

$$\bar{s} = E[s] = \frac{1}{\mu}$$

# Ejemplo

- Infinitas líneas
- Llamadas que se generan con una tasa media  $\lambda$
- Tiempo medio de duración  $s$
- ¿ Intensidad de tráfico media que representan ?
- En un intervalo  $T$  se producen en media  $\lambda T$  llegadas
- Eso implica un volumen de tráfico de  $\lambda Ts$
- La intensidad de tráfico se obtiene dividiendo ese volumen por el intervalo de medida, luego:  $\mathbf{I = \lambda s}$



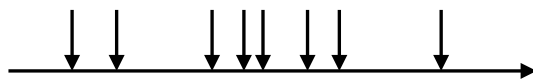
# Número de líneas ocupadas

- Hipótesis:
  - Llamadas proceso de **Poisson** con tasa  $\lambda$
  - Solicitudes de servicio de duración **constante** 's'
- ¿ Número de líneas ocupadas en un instante cualquiera ? (...)
- Es una variable aleatoria (...)
- La probabilidad de que 'j' líneas estén ocupadas en un instante es la probabilidad de 'j' llegadas en el intervalo previo de duración 's' (...)
- Depende solo de la intensidad de tráfico  $\lambda s$ , que es la media de esta variable ( $A = \lambda s$ ) (...)
- Resulta ser válido independiente de la distribución de 's' (sin demostración)

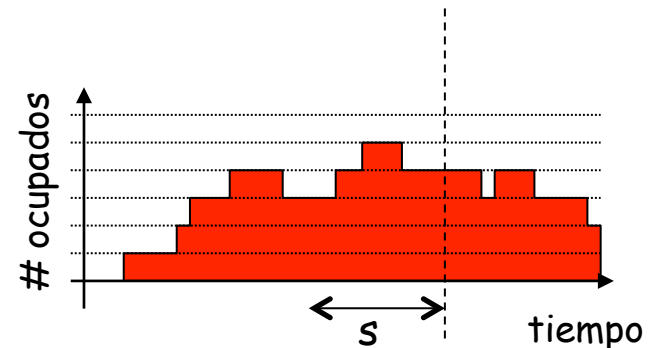
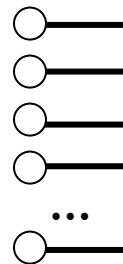
Intensidad de tráfico

$$P_{\lambda s}[N = j] = \frac{(\lambda s)^j}{j!} e^{-\lambda s}$$

$\lambda$  Llegadas  
 por segundo



1 llegada mantiene una línea ocupada durante s segundos



# Resumen

- Proceso de llegadas de Poisson
  - Como agregación de una gran cantidad de procesos independientes
  - Su división aleatoria es de nuevo de Poisson
- Tiempos de servicio exponenciales