# Cálculo de bloqueo en la RTB

Area de Ingeniería Telemática
http://www.tlm.unavarra.es

Arquitectura de Redes, Sistemas y Servicios
Grado en Ingeniería en Tecnologías de Telecomunicación, 2º

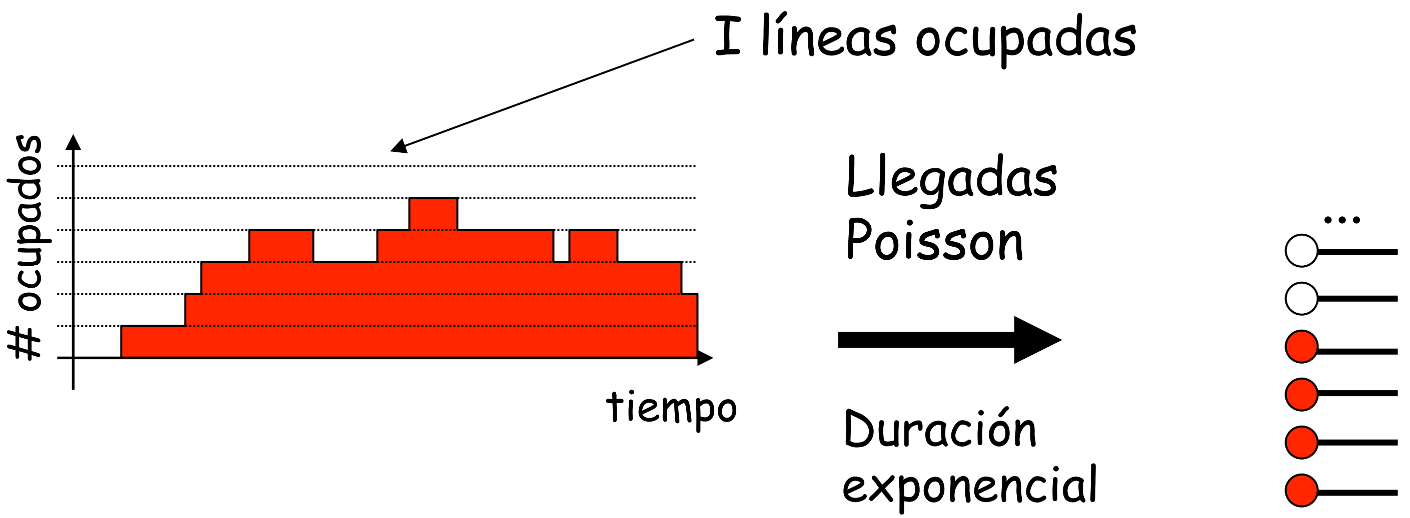
# Temario

# Objetivos

- Conocer y aplicar el cálculo de probabilidades de bloqueo empleando la Erlang-B

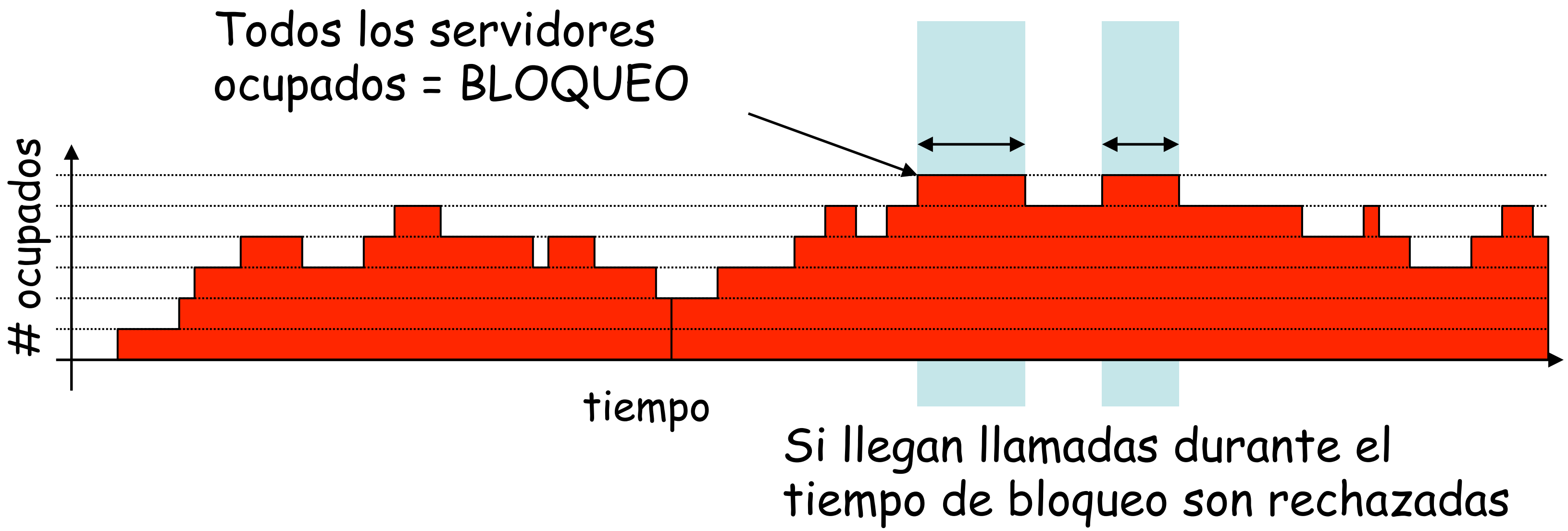
# Probabilidad de bloqueo

- Llegadas según proceso de Poisson de tasa $\lambda$
- Duración exponencial de media s
- Número de servidores ocupados en cada instante de tiempo es aleatorio (I)



# Probabilidad de bloqueo

- Normalmente dispondremos de recursos finitos (capacidad)
- Cuando la variable `I` toma valor = número de servidores, el sistema está en BLOQUEO
- ¿ Cuál es la probabilidad de que el sistema esté en situación de bloqueo ?



# Problemas de interés

- ¿ Cuál es la probabilidad de que una llamada encuentre el sistema ocupado ?
- ¿ Cuál es el número de líneas necesarias para una probabilidad objetivo ?
- ¿ Cuál es el tráfico que atraviesa ese sistema y forma la carga del siguiente sistema ?

# Probabilidad de bloqueo

- En un sistema con
  - Llegadas Poisson($\lambda$)
  - Duraciones Exp(1/s)
  - Tráfico de entrada $A = \lambda s$
  - k servidores
  - Las llamadas que llegan al sistema bloqueado se pierden
  - Probabilidad de bloqueo: ¿Cuál es $P[I=n]$? (…)
- $P[I=n] = B(a,k)$
- $B(a,k)$ es conocida como función B de Erlang (o ErlangB)
- Válida con cualquier distribución de tiempo de servicio (i.i.d.)

# B de Erlang

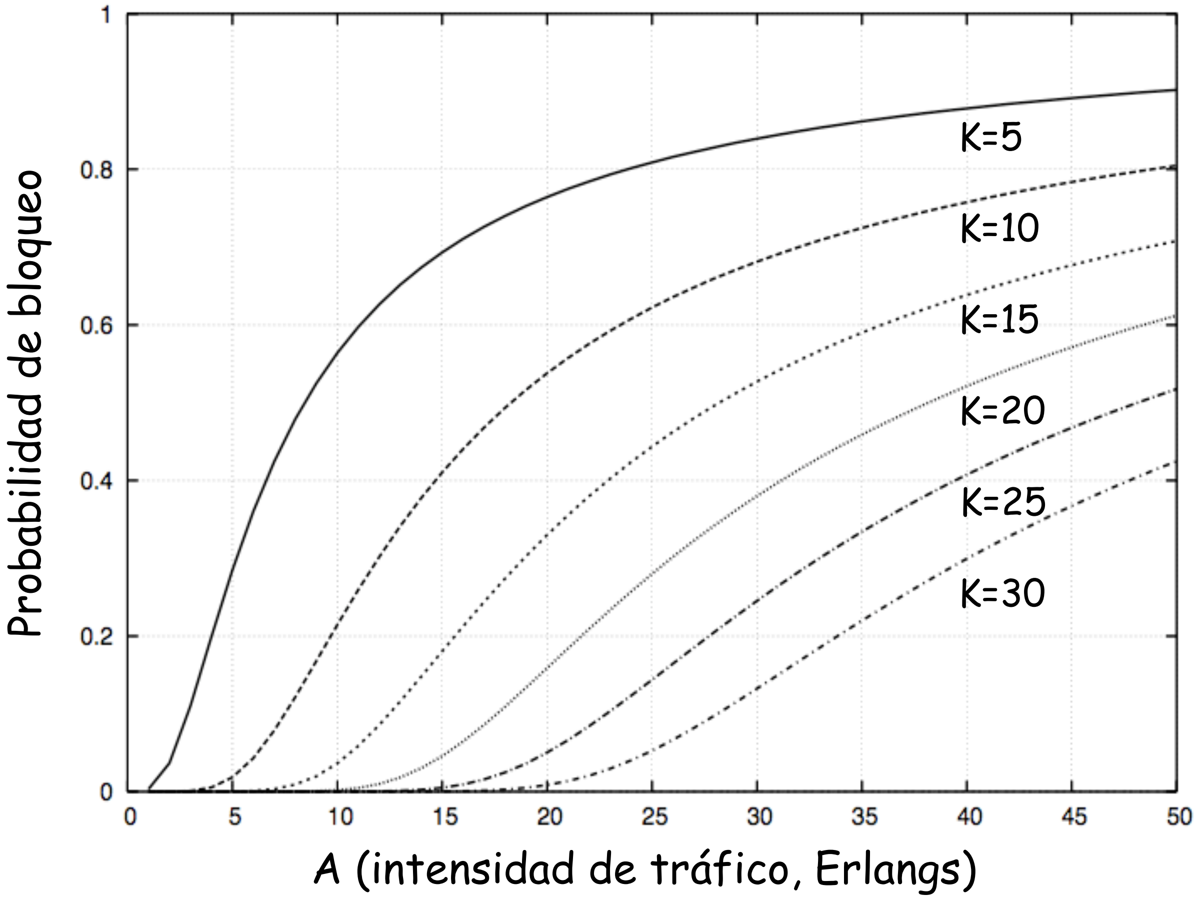
- Fórmula:

$$B(A,k) = \frac{\frac{A^k}{k!}}{\sum_{i=0}^{k} A^i/i!}$$

- Cálculo recursivo:

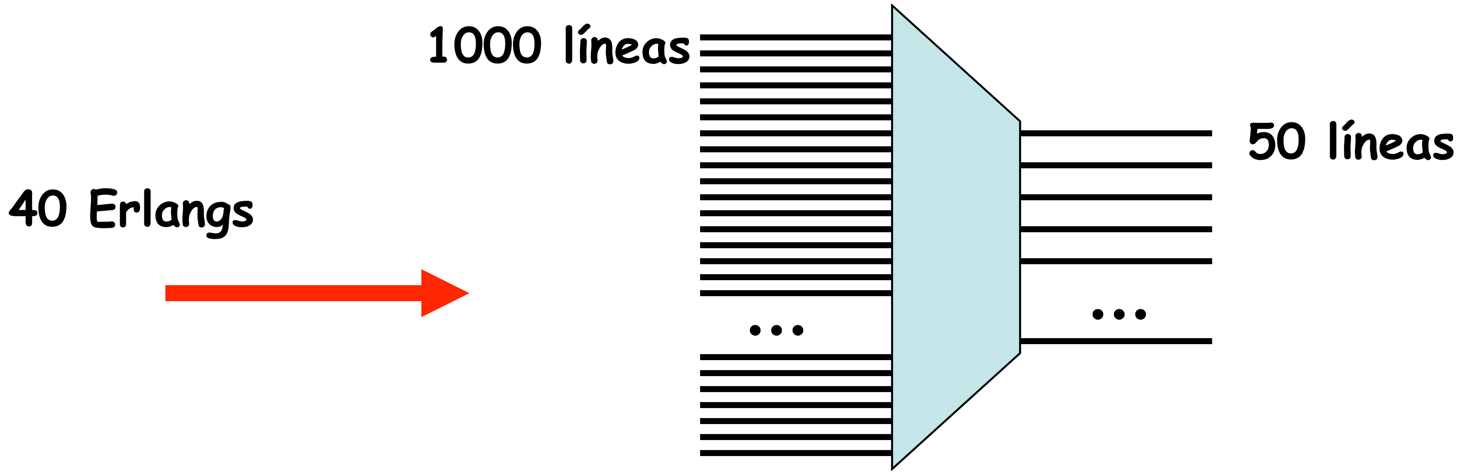
$$B(A,0) = 1$$

$$B(A,j) = \frac{A \cdot B(A,j-1)}{A \cdot B(A,j-1) + j}$$



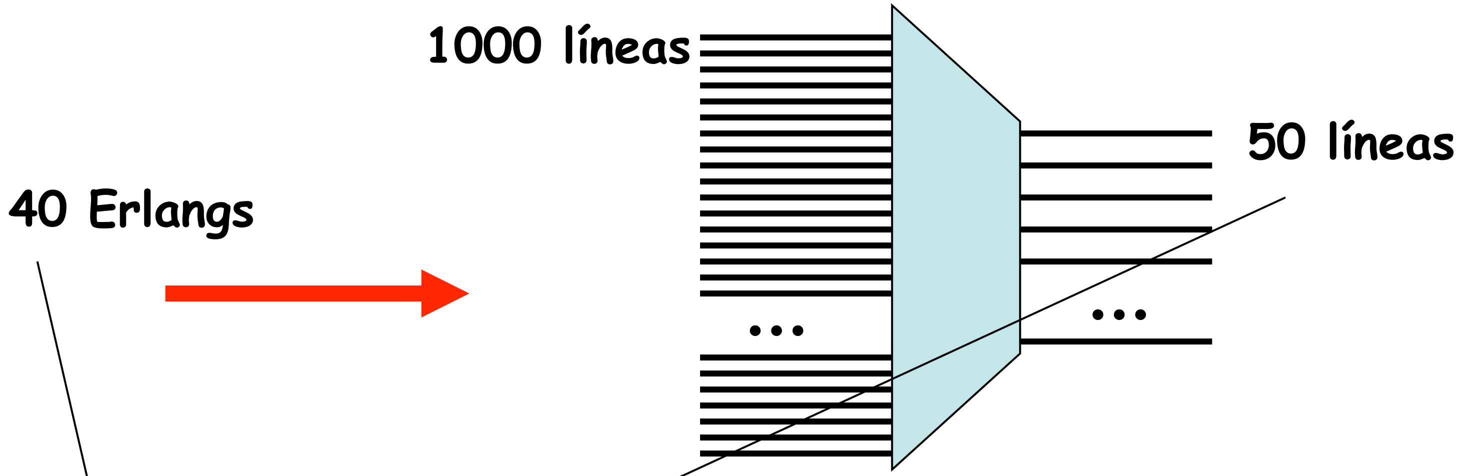
# Ejemplo

- 1000 líneas llegan a un concentrador que selecciona 50 para entrar a una centralita
- Los usuarios generan un tráfico de 40 Erlangs
- ¿ Cuál es la probabilidad de bloqueo ?



# Ejemplo

- 1000 líneas llegan a un concentrador que selecciona 50 para entrar a una centralita
- Los usuarios generan un tráfico de 40 Erlangs
- ¿ Cuál es la probabilidad de bloqueo ?




- La probabilidad de bloqueo es

$P_b = B(40, 50) = 0.0187$ casi un 2%

# Tráfico cursado

- Si un conjunto k de líneas tiene un tráfico ofrecido de $I$ Erlangs y una probabilidad de bloqueo, ¿cuánto tráfico atraviesa las líneas?

  Esto será el **tráfico cursado** y será a su vez el tráfico ofrecido al siguiente sistema al que lleguen las líneas

  $I_c = I_{in}\,(1 - P_b) = I_{in}\,(1 - B(I_{in}, k))$

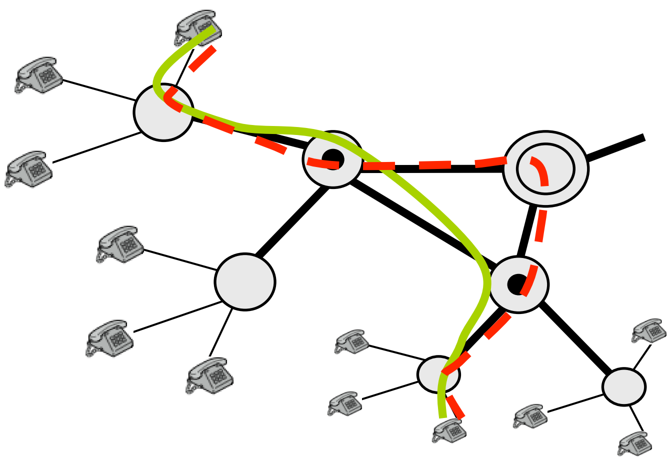
  $I_c$ : tráfico cursado

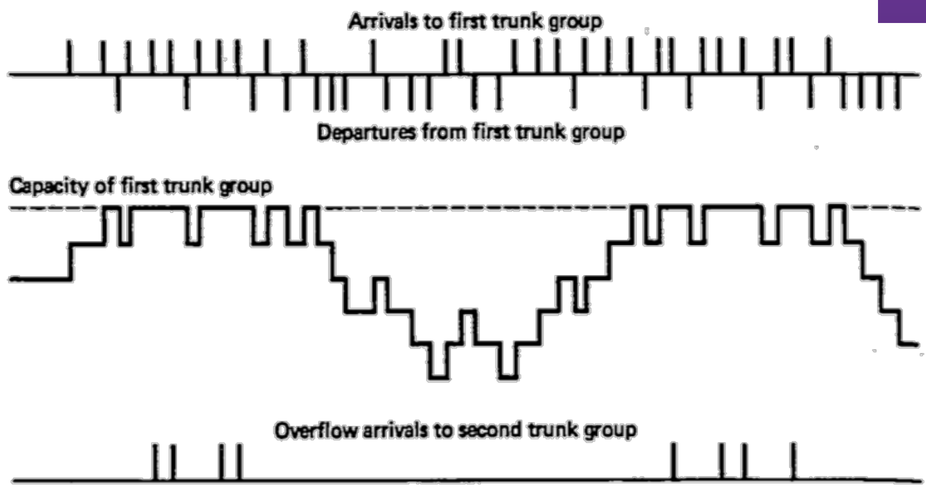
  $I_{in}$ : tráfico ofrecido o de entrada

ARQUITECTURA DE REDES, SISTEMAS Y SERVICIOS
*Área de Ingeniería Telemática*

# Tráfico de desbordamiento

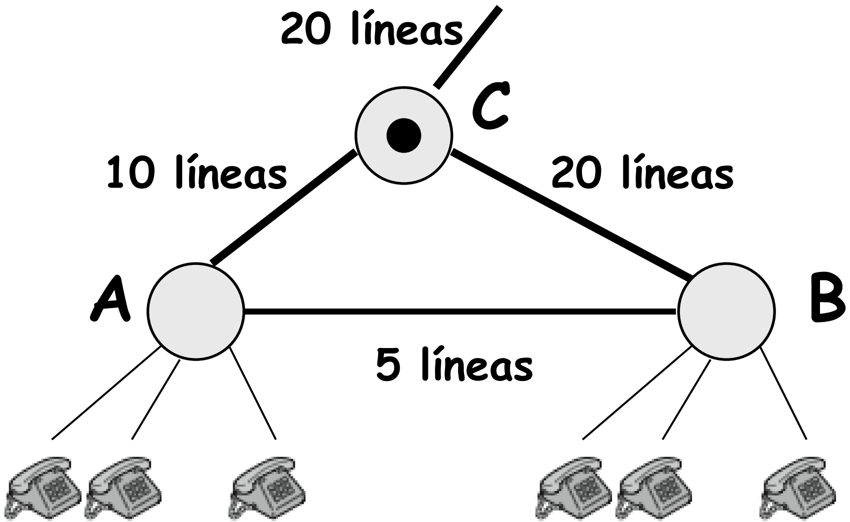
- No puede ser cursado por el camino principal (por bloqueo)
- Se "desborda" (overflow) a una ruta secundaria
- Un proceso de Poisson del que se eliminan aleatoriamente (iid) muestras con probabilidad p sigue siendo un proceso de Poisson, pero con menor tasa ($p\lambda$)
- En nuestro caso las llamadas desbordadas suelen ir en bloques
- Eso da mayores probabilidades de bloqueo que con un proceso de Poisson de igual media
- Se aproxima con un proceso de Poisson de mayor tasa
- (En los problemas en caso de no disponer de las tablas emplearemos Poisson de igual tasa, aunque esto es subdimensionar)





# Ejemplo

- En la centralita A de la figura las llamadas con destino a B se encaminan si es posible por el enlace directo a B y en caso de estar ocupado a través de la central primaria
- ¿ Cuál es el tráfico que cursa el enlace A-C y cuál es la probabilidad de bloqueo de una llamada de un abonado de A a uno de B ?

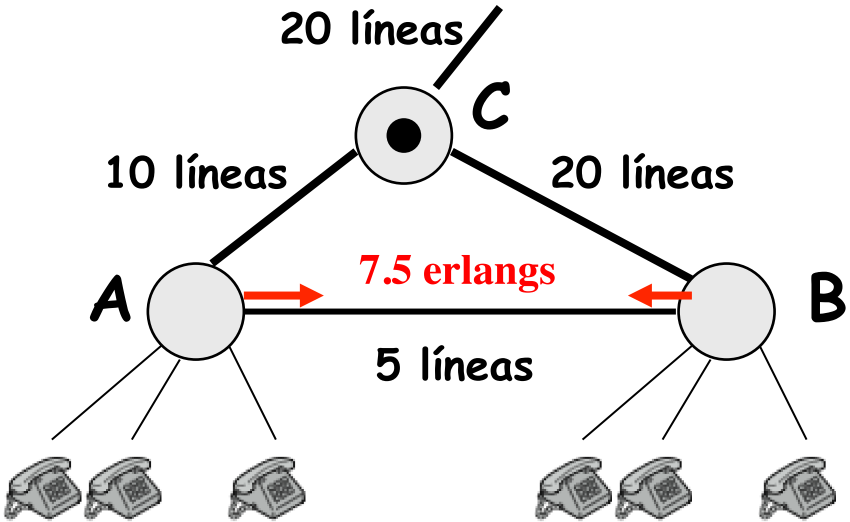



**Demanda en Erlangs**

| Origen | a A | a B | Al exterior |
|---|---|---|---|
| De A | 2 | 4.5 | 4.5 |
| De B | 3 | 3.2 | 5 |
| Exterior | 2 | 2 | - |

# Ejemplo

- Las 5 líneas entre A-B soportan un tráfico de 3+4.5=7.5 Erlangs
- Al ser 5 líneas la probabilidad de bloqueo es $p_1 = B(7.5,5) \approx 0.45$
  - Casi la mitad de las llamadas no puede ir por la sección directa
  - Eso genera que un 45% del trafico que iba por ahí acabe yendo por C
  - Definimos: $q_1 = 1 - p_1 = 0.55$

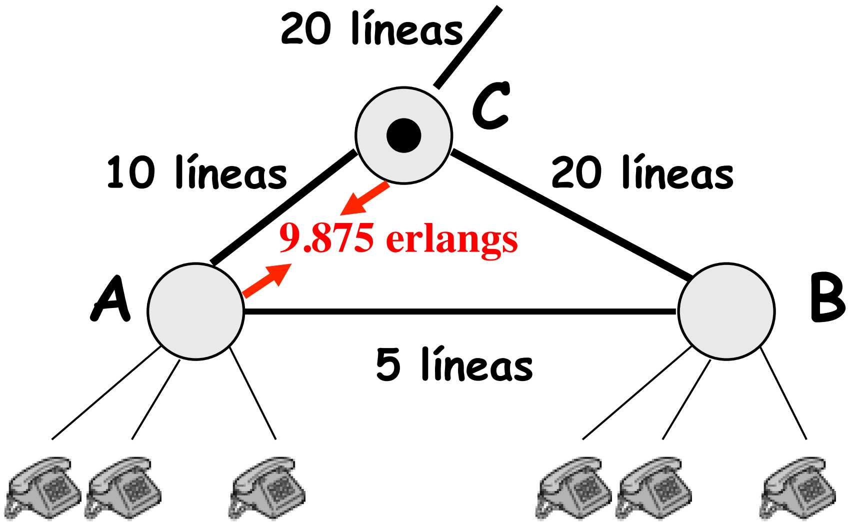



**Demanda en Erlangs**

| Origen | a A | a B | Al exterior |
|---|---|---|---|
| De A | 2 | 4.5 | 4.5 |
| De B | 3 | 3.2 | 5 |
| Exterior | 2 | 2 | - |

# Ejemplo

- El enlace entre A-C soporta un tráfico de:
  - Llamadas entre A y el exterior: 4.5 + 2 = 6.5 Erlangs
  - Llamadas entre A y B que no pueden ir directamente: 7.5 x 0.45 = 3.375 E
  - Total 9.875 Erlangs (aproximamos que es Poisson)
- 10 líneas con 9.875 Erlangs de demanda tienen una probabilidad de bloqueo de $p_2 = B(9.875,10) \approx 0.21$ (21%) $(q_2=1-p_2=0.79)$
- El enlace A-C tiene una probabilidad de bloqueo en torno al 21%

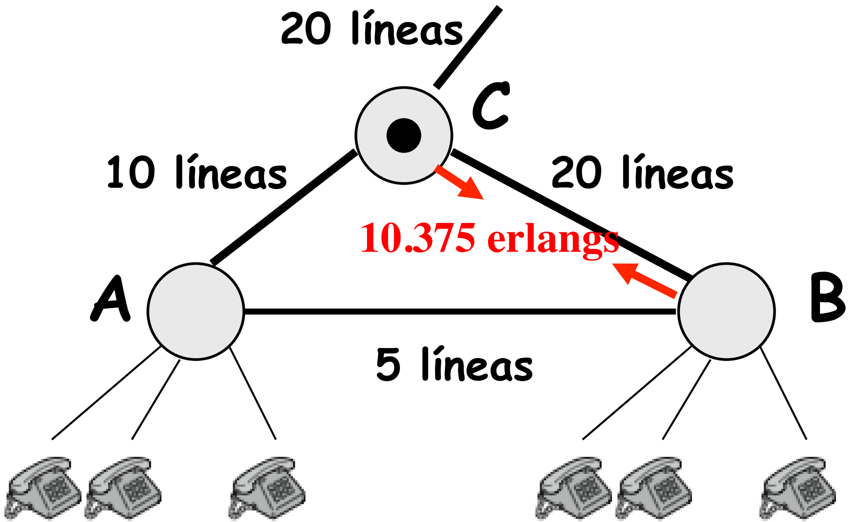



**Demanda en Erlangs**

| Origen | a A | a B | Al exterior |
|---|---|---|---|
| De A | 2 | 4.5 | 4.5 |
| De B | 3 | 3.2 | 5 |
| Exterior | 2 | 2 | - |

# Ejemplo

- El enlace B-C soporta un tráfico de:
  - Llamadas entre B y el exterior: 5 + 2 = 7 Erlangs
  - Llamadas entre A y B que no pueden ir directamente: 7.5 x 0.45 = 3.375 E
  - Total 10.375 Erlangs (aproximamos que es Poisson)
- 20 líneas con 10.375 Erlangs de demanda tienen una probabilidad de bloqueo de $p_3$ = B(10.375,20) ≈ 0.0027 (0.27%)
- Prácticamente despreciable ($q_3 = 1-p_3 \approx 1$ comparado con el resto)




**Demanda en Erlangs**

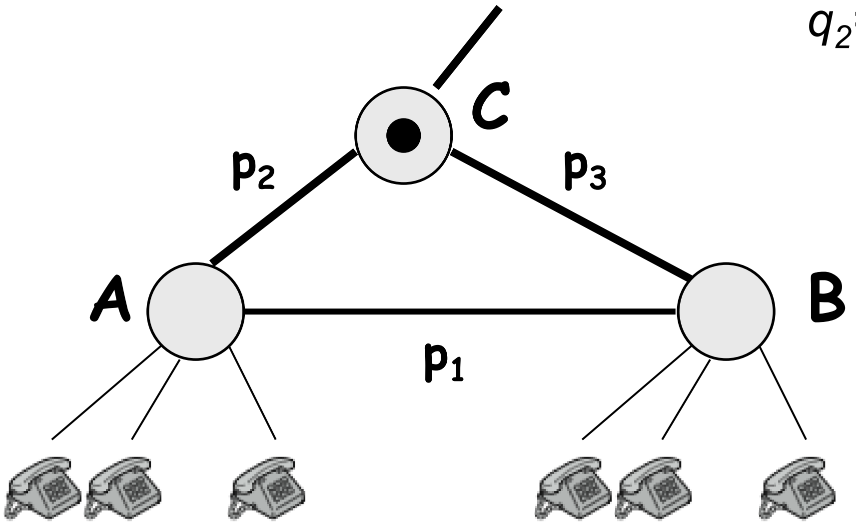
| Origen | a A | a B | Al exterior |
|---|---|---|---|
| De A | 2 | 4.5 | 4.5 |
| De B | 3 | 3.2 | 5 |
| Exterior | 2 | 2 | - |

# Ejemplo

- Probabilidades de bloqueo en cada enlace: $p_1$, $p_2$ y $p_3$
- Asumimos independencia
- Probabilidad de bloqueo de llamadas entre A y B: que ambos caminos se bloqueen (A-B y A-C-B)
- Probabilidad de que se bloquee el camino A-C-B = probabilidad de que se bloquee al menos uno de los dos (A-C y/o A-C-B) = 1 – probabilidad de que ninguno de los dos se bloquee

$$Pbloq_{A-B} = p_1(1-(1-p_2)(1-p_3)) = p_1(1-q_2q_3) \approx p_1p_2$$

$q_2=1-p_2$, $q_3=1-p_3\approx 1$

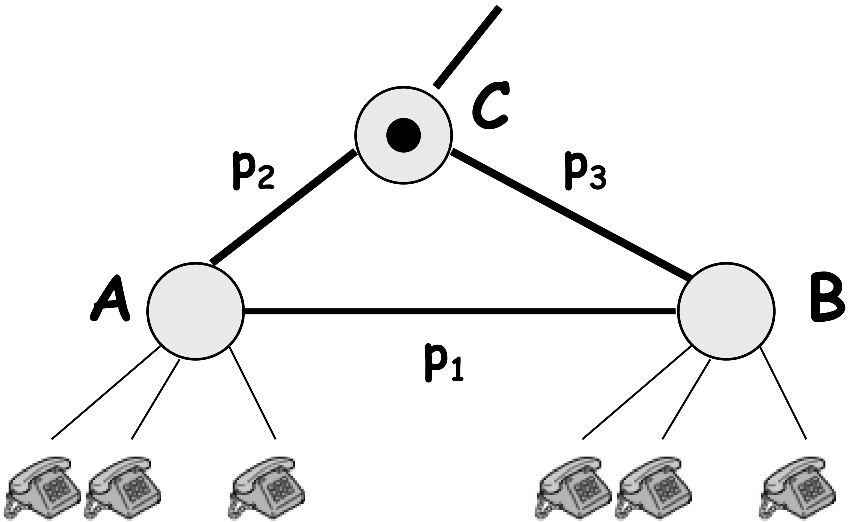



**Demanda en Erlangs**

| Origen | a A | a B | Al exterior |
|---|---|---|---|
| De A | 2 | 4.5 | 4.5 |
| De B | 3 | 3.2 | 5 |
| Exterior | 2 | 2 | - |

# Ejemplo

- Tráfico cursado por el enlace A-C:
  - Ofrecido a A-C-B (el desbordado de A-B) que es cursado: $3.375 \times q_2 q_3$
  - + tráfico de A con el exterior que es cursado: $6.5 \times q_2$
  - $= 3.375 \times (1-0.21)(1-0.0027) + 6.5 \times (1-0.21) = 7.794$ Erlangs




**Demanda en Erlangs**

| Origen | a A | a B | Al exterior |
|---|---|---|---|
| De A | 2 | 4.5 | 4.5 |
| De B | 3 | 3.2 | 5 |
| Exterior | 2 | 2 | - |

# Mayor complejidad

- *¿ Qué ocurre si las llamadas se retienen hasta que sean atendidas ?*

  Teoría de colas (función C de Erlang)

- *¿ Qué ocurre si tenemos en cuenta que hay un número finito (y conocido) de usuarios ?*

  Fórmula de Engset

# Preguntas pendientes

- *¿Y en el caso de conmutación de paquetes?*
  - Teoría de colas
  - Problemas más complicados
  - Peores aproximaciones
  - Mayor número de problemas sin resolver

# Resumen

- El tráfico telefónico se modela mediante procesos de llegadas de Poisson y duraciones exponenciales
- La probabilidad de bloqueo externo con tráfico telefónico se puede aproximar mediante la B de Erlang
- Erlang B sirve aunque los servicios no sean exponenciales siempre que sea i.i.d.
- Tráfico de desbordamiento no es de Poisson y suponerlo conlleva subdimensionamiento