Caracterización del tráfico

Area de Ingeniería Telemática
http://www.tlm.unavarra.es

Arquitectura de Redes, Sistemas y Servicios
Grado en Ingeniería en Tecnologías de Telecomunicación, 2º

Temario

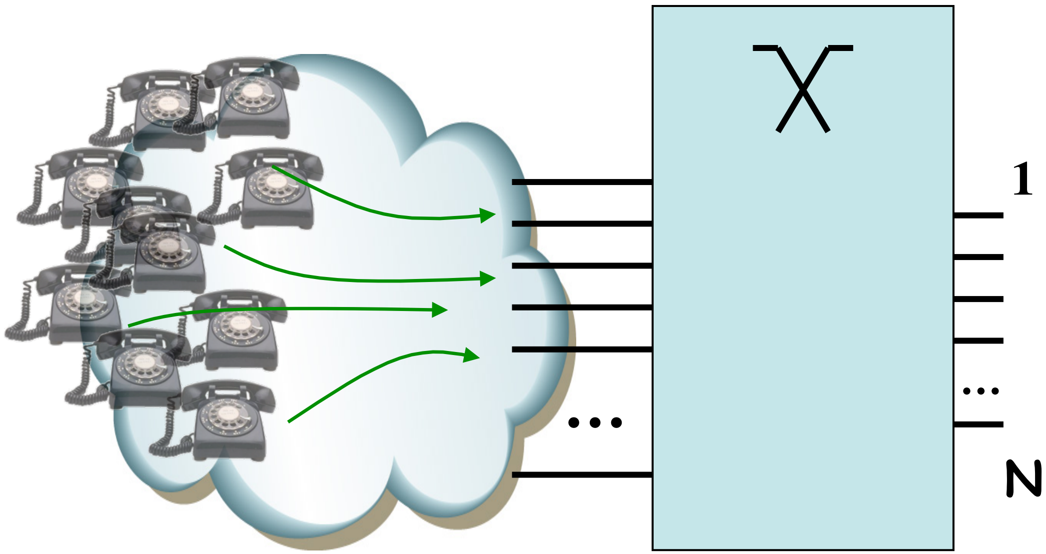
1. Introducción
2. Arquitecturas de conmutación y protocolos
3. Introducción a las tecnologías de red
4. Control de acceso al medio
5. **Conmutación de circuitos**
    1. La Red Telefónica Básica
    2. Modelado de usuarios
    3. Cálculos de bloqueo
6. Transporte fiable
7. Encaminamiento
8. Programación para redes y servicios

Objetivos

- Conocer los modelos básicos para usuarios de la red telefónica

Problema tipo a resolver

- Conmutador con líneas de entrada y de salida
- Entradas usuarios finales o troncales: lo que nos importará es la cantidad de llamadas que llegan al conmutador
- Salidas troncales (máximo N llamadas simultáneas salen)
- Decidir N para poder cursar las llamadas con una probabilidad de bloqueo máxima objetivo
- o decidir la cantidad de llamadas que puede cursar para un N y ese máximo bloqueo



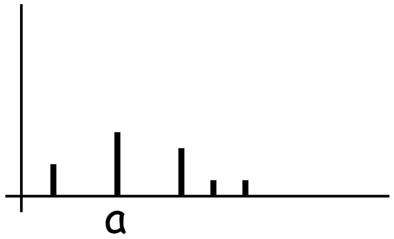
Modelando la carga

Variable aleatoria (V)

- No tiene un valor sino que describe el resultado aleatorio de un experimento
- Se caracteriza por la descripción de los posibles resultados que puede tomar en términos de probabilidad
- **Función de distribución / densidad de probabilidad**

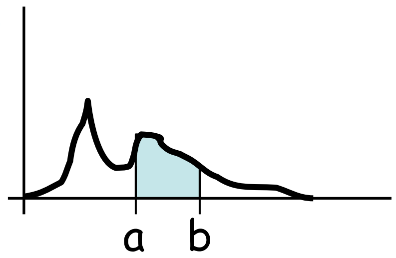
Variable discreta

$$p(a) = P[V = a]$$



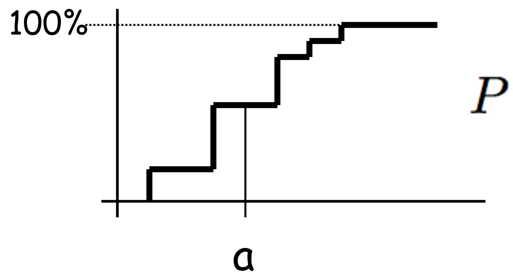
Variable continua

$$P[a < V < b] = \int_a^b p(t)dt$$



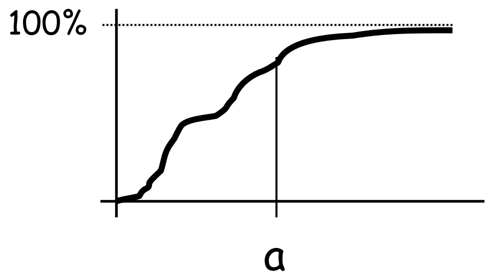
- **Función acumulada de probabilidad / distribución**

Variable discreta



$$P[V \leq a] = F(a)$$

Variable continua



Modelando la carga

Procesos estocásticos (V)

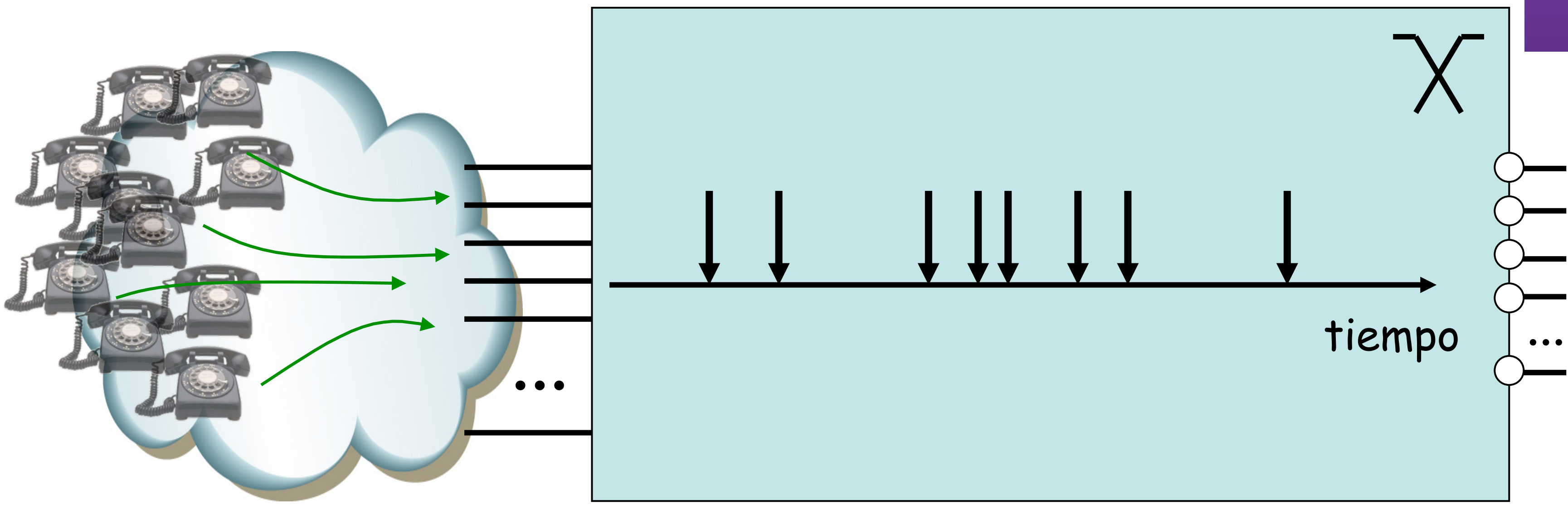
- Una familia de variables aleatorias

$$\left\{X_t : t \in T\right\}$$

- Hablaremos de
  - “Tiempo continuo” cuando T es real, por ejemplo T = [0,∞]
  - “Tiempo discreto” cuando T es numerable, por ejemplo T = {0,1,2…}

Proceso de llegadas

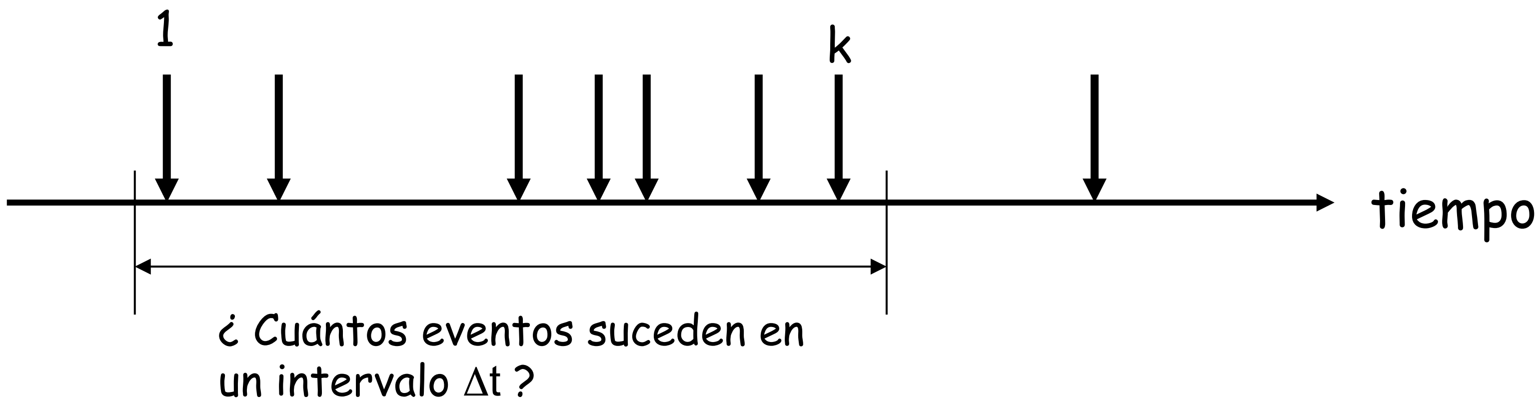
- Hipótesis fundamental en teoría clásica: llegadas independientes
- Tasa media de llegadas de llamadas de una gran población de fuentes (usuarios) independientes: λ



Número de llegadas

- Hipótesis:
  - En un intervalo suficientemente pequeño solo puede producirse una llegada
  - La probabilidad de una llegada en un intervalo suficientemente pequeño es directamente proporcional a la longitud del mismo (probabilidad $\lambda\Delta t$)
  - La probabilidad de una llegada en un intervalo es independiente de lo que suceda en otros intervalos
- Se demuestra que el número de llegadas en un intervalo sigue una distribución de Poisson

$$P_{\lambda\Delta t}[N=k]=\frac{(\lambda\Delta t)^k}{k!}e^{-\lambda\Delta t}$$

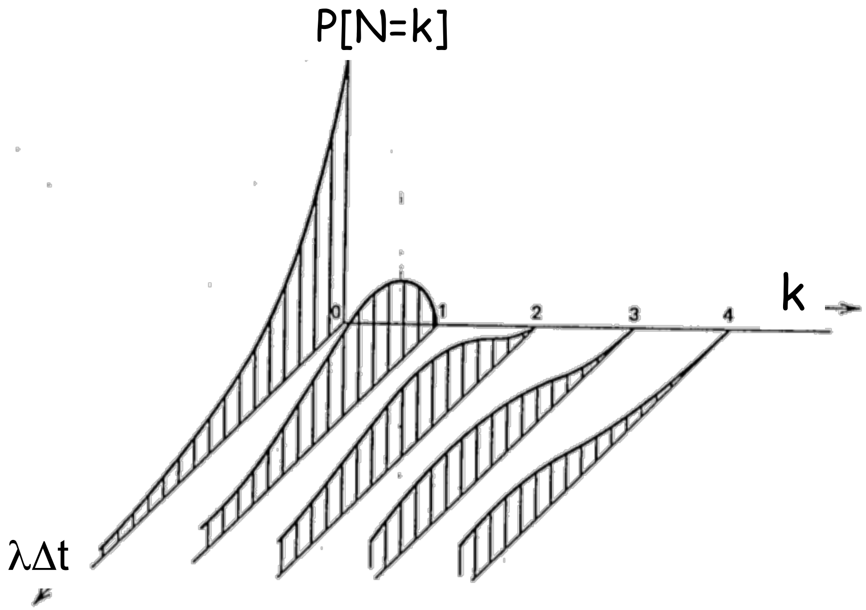


upna Universidad Pública de Navarra Nafarroako Unibertsitate Publikoa

ARQUITECTURA DE REDES, SISTEMAS Y SERVICIOS
Área de Ingeniería Telemática

Distribución de Poisson

$$P[N=k]=\frac{(\lambda\Delta t)^k}{k!}e^{-\lambda\Delta t}$$



- Es una función de distribución:

$$\sum_{k=0}^{\infty}P[N=k]=\left(1+\lambda\Delta t+\frac{(\lambda\Delta t)^2}{2}+\frac{(\lambda\Delta t)^3}{6}+\ldots\right)e^{-\lambda\Delta t}=e^{\lambda\Delta t}e^{-\lambda\Delta t}=1$$

- Su valor medio es $\lambda\Delta t$:

$$\overline{N}=E[N]=\sum_{k=0}^{\infty}kP[N=k]=\left(0+\lambda\Delta t+(\lambda\Delta t)^2+\frac{(\lambda\Delta t)^3}{2}+\frac{(\lambda\Delta t)^4}{6}\ldots\right)e^{-\lambda\Delta t}=\lambda\Delta t e^{\lambda\Delta t}e^{-\lambda\Delta t}=\lambda\Delta t$$

Tiempos entre llegadas

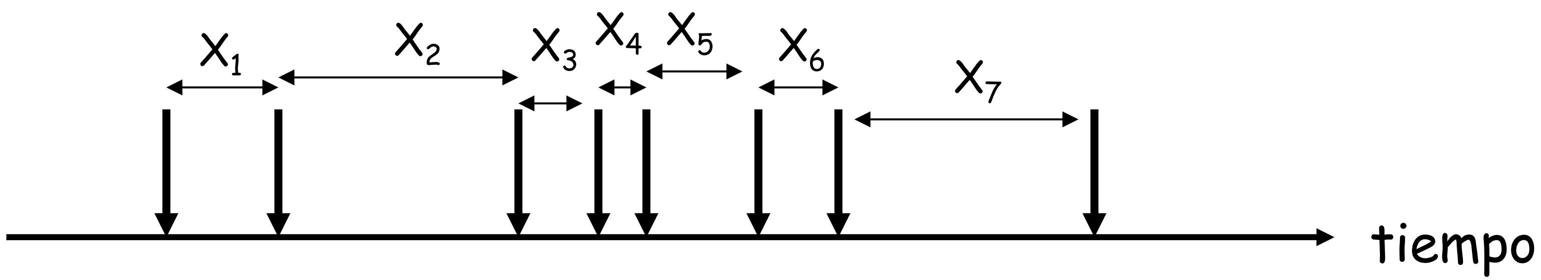
- Se demuestra que: si el número de eventos que ocurren en un intervalo cualquiera sigue una distribución de Poisson, los tiempos entre llegadas de eventos siguen una distribución exponencial
- El tiempo entre llegadas sigue una v.a. exponencial de parámetro λ
- X_i variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d.) (‘X’)

$$\boxed{p_X(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad \text{(t>0)}}$$

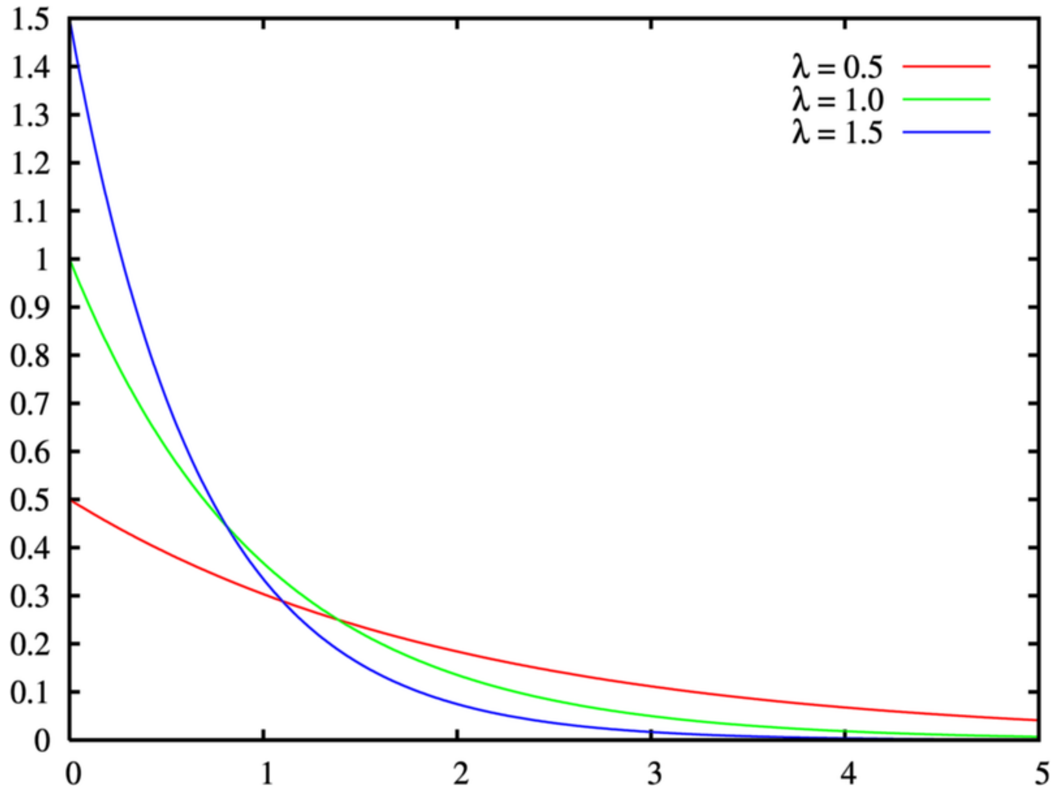
$$P[X < t] = 1 - e^{-\lambda t}$$

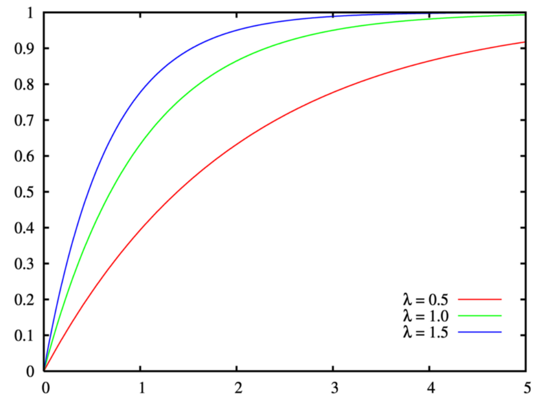
- Media: $E[X] = \int_0^{\infty} t\lambda e^{-\lambda t} = 1/\lambda$

- Tiempo medio entre llegadas 1/λ ⇒ en media λ llegadas por segundo

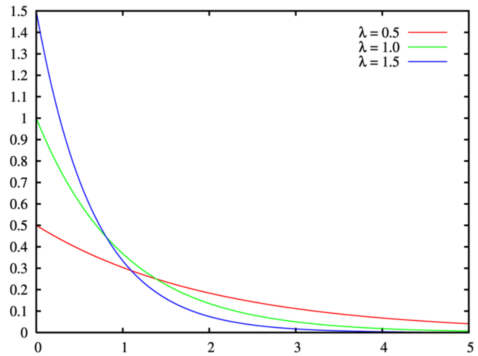


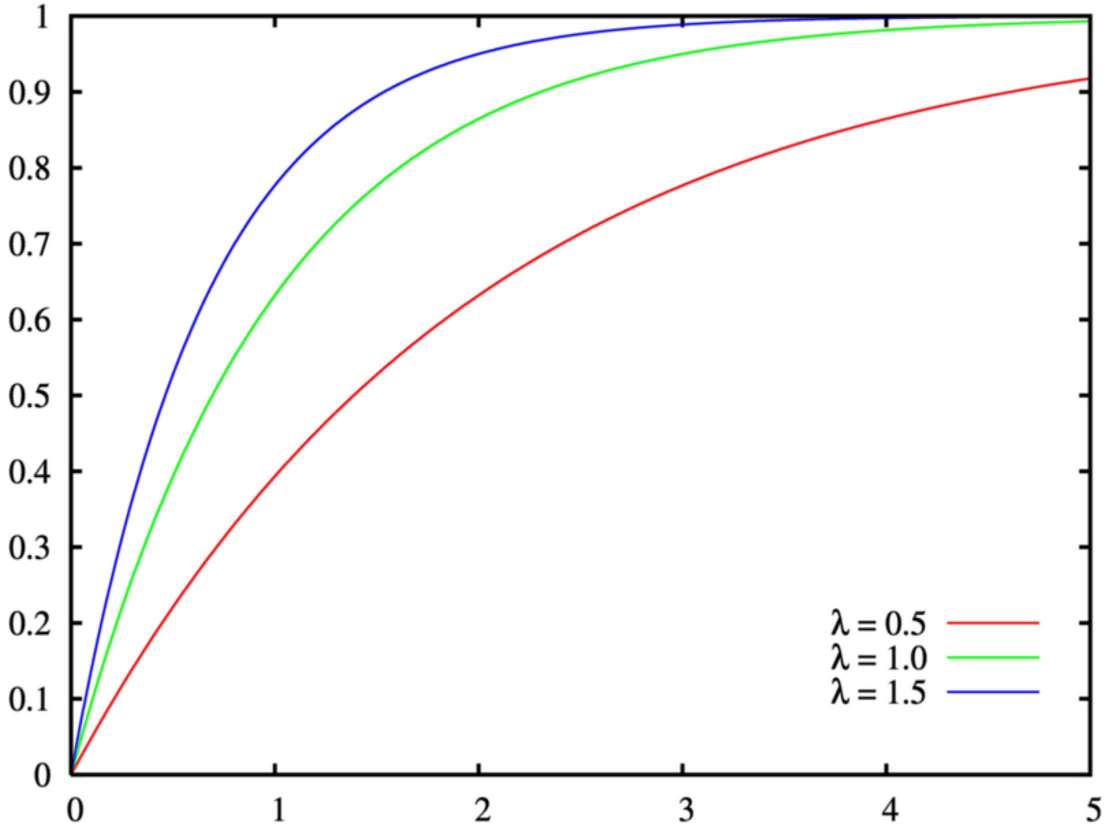
Ejemplo (exponencial)



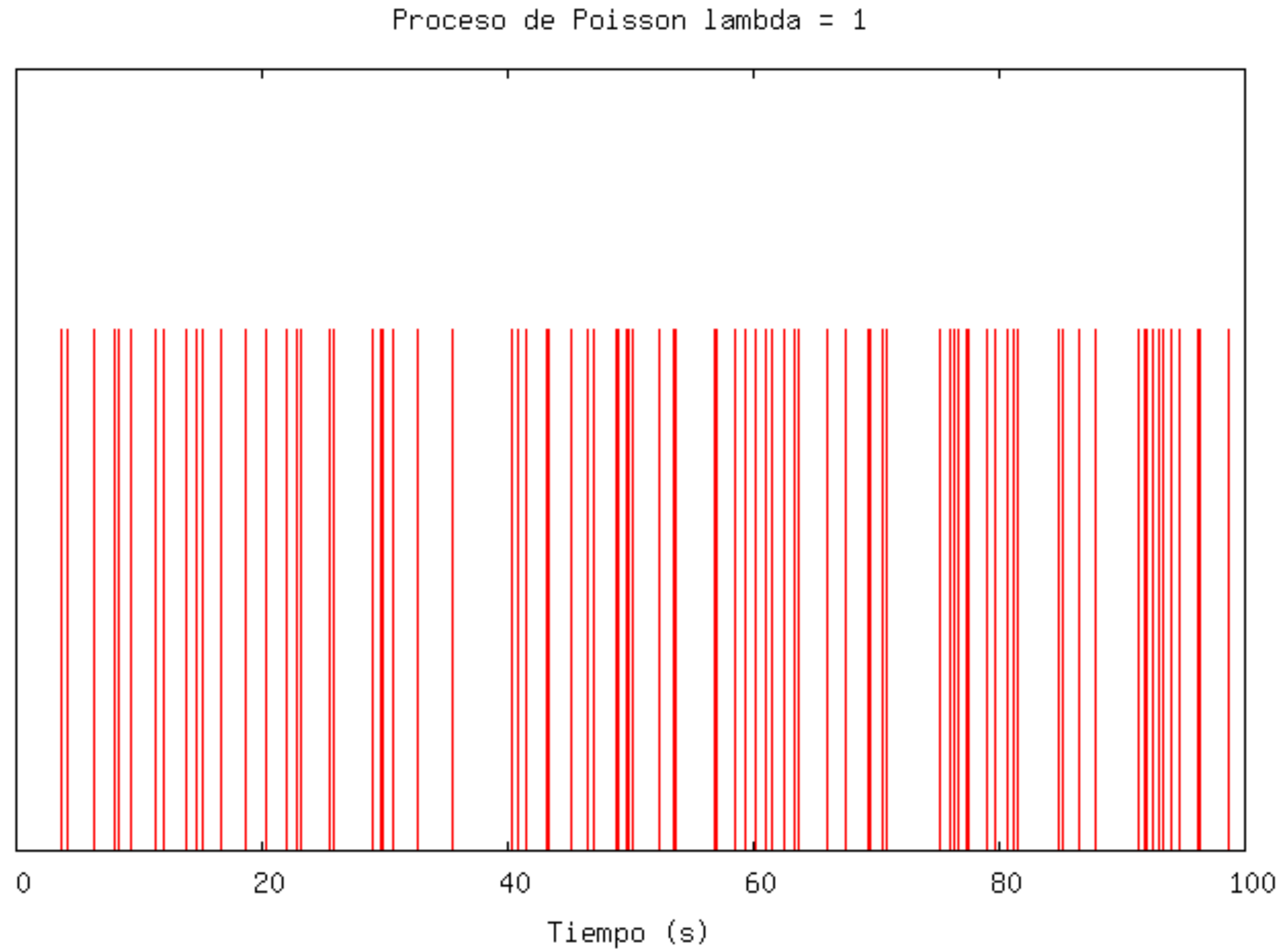


Ejemplo (exponencial)



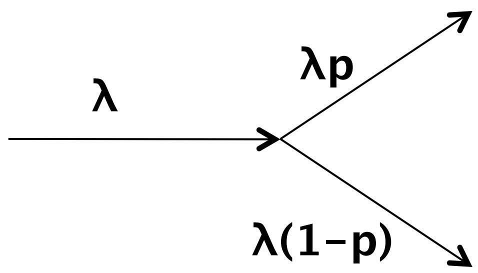


Ejemplo (proceso de Poisson)



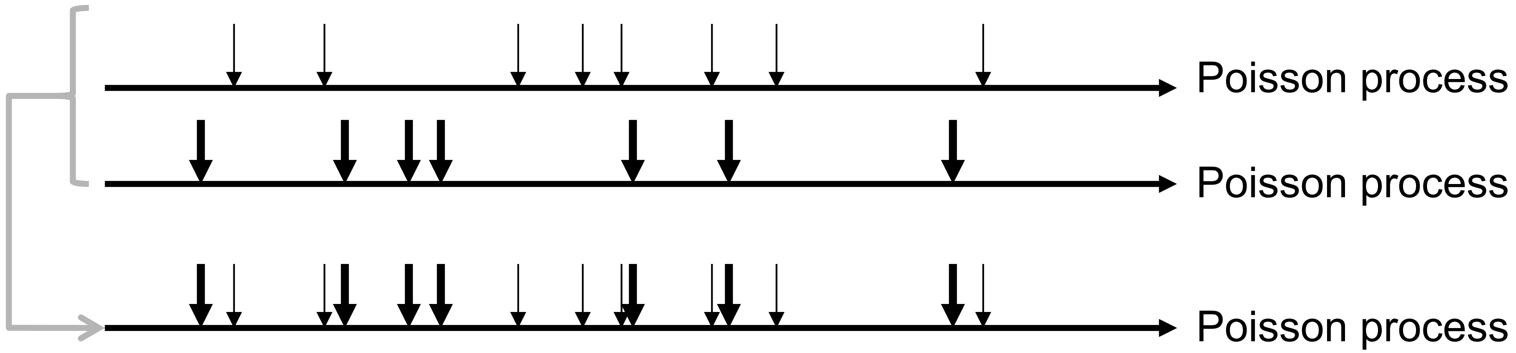
Random splitting

- Proceso de Poisson con tasa λ
- Repartidas las llegadas en dos grupos mediante Bernoulli de parámetro p
- Los procesos resultantes son procesos de Poisson de tasas λp y λ(1-p)



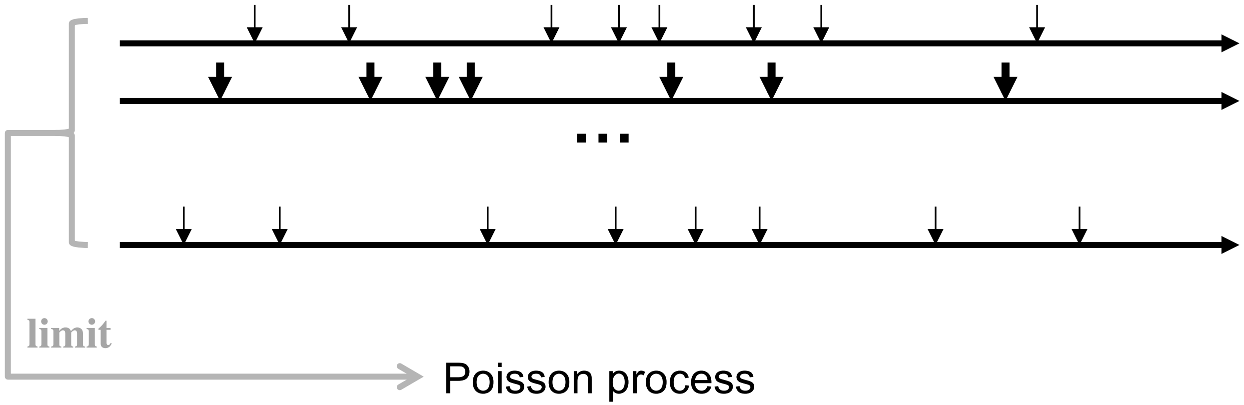
Superposición

- La superposición de dos procesos de Poisson es un proceso de Poisson de tasa la suma de las dos (…)



Superposición

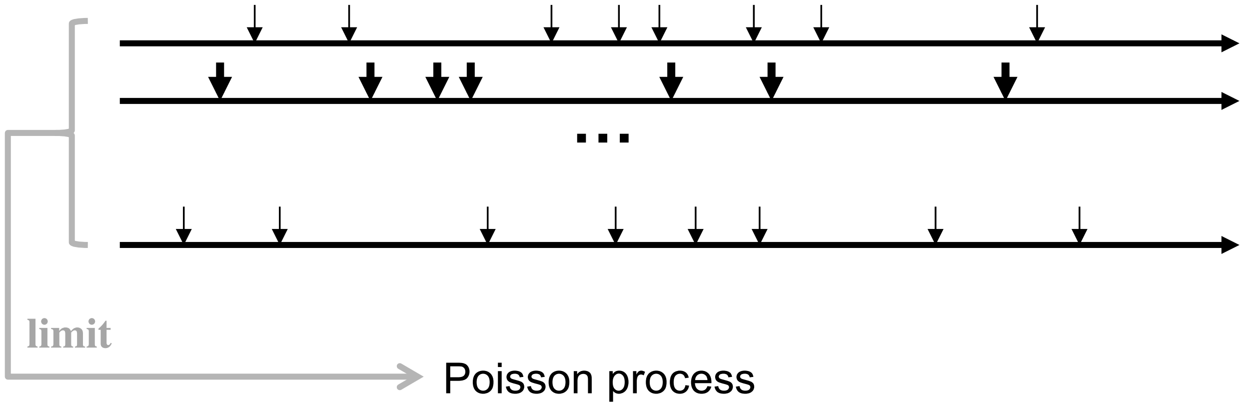
- Para ciertos procesos muy comunes (independientes), la superposición de un gran número de ellos tiende a un proceso de Poisson



- (…)

Superposición

- Para ciertos procesos muy comunes (independientes), la superposición de un gran número de ellos tiende a un proceso de Poisson

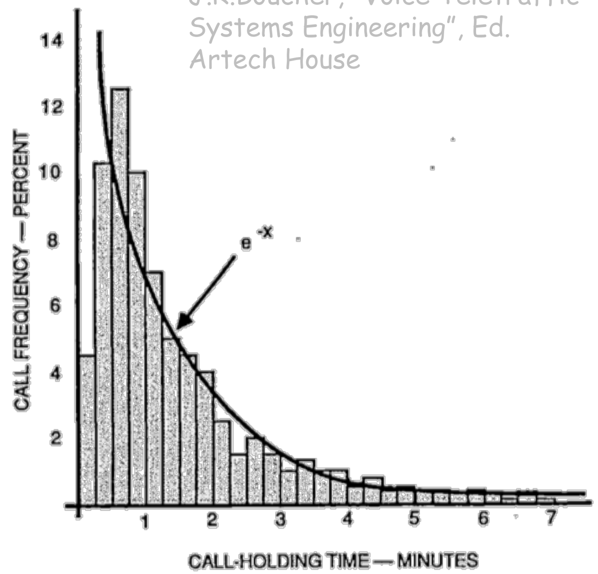


- Las peticiones de usuarios individuales es probable que no se puedan modelar con un proceso de Poisson
- El múltiplex de un gran número de usuarios independientes sí

Tiempo de ocupación

- Duración de las llamadas
- Lo más simple: tiempo constante
  - Poco realista para llamadas
  - Actividades automáticas: reproducción de mensajes, procesado de señalización, etc.
- Tiempo exponencial
  - Variables aleatorias (continuas) 's_i'
  - i.i.d. ('s')
  - Tiempos menores de la media muy comunes
  - Cada vez menos comunes tiempos mayores que la media
  - Propiedad: el tiempo restante de una llamada es independiente de lo que haya durado hasta ahora
- Duración exponencial: 's' caracterizada por su función de densidad

J.R.Boucher, "Voice Teletraffic Systems Engineering", Ed. Artech House



$$\boxed{p_s(t) = \mu e^{-\mu t} \qquad \text{(t>0)}}$$

$$\int_0^{\infty} \mu e^{-\mu t} = 1$$ es una fdp

$$\bar{s} = E[s] = 1/\mu$$

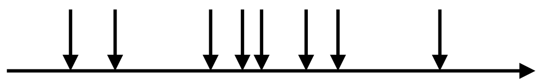
Número de líneas ocupadas

- Hipótesis:
  - Llamadas proceso de **Poisson** con tasa λ
  - Solicitudes de servicio de duración **constante** ‘s’
- ¿ Número de líneas ocupadas en un instante cualquiera ? (…)
  - Es una variable aleatoria (…)
  - La probabilidad de que ‘j’ líneas estén ocupadas en un instante es la probabilidad de ‘j’ llegadas en el intervalo previo de duración ‘s’ (…)
  - Depende solo de la intensidad de tráfico λs, que es la media de esta variable (A = λs) (…)
  - Resulta ser válido independiente de la distribución de ‘s’ (sin demostración)

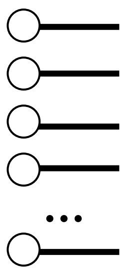
Intensidad de tráfico

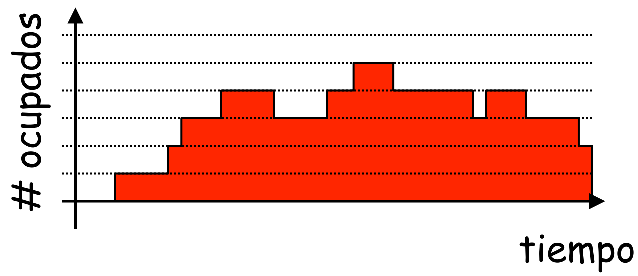
$$P_{\lambda s}[N=j]=\frac{(\lambda s)^j}{k!}e^{-\lambda s}$$

λ Llegadas por segundo



1 llegada mantiene una línea ocupada durante s segundos



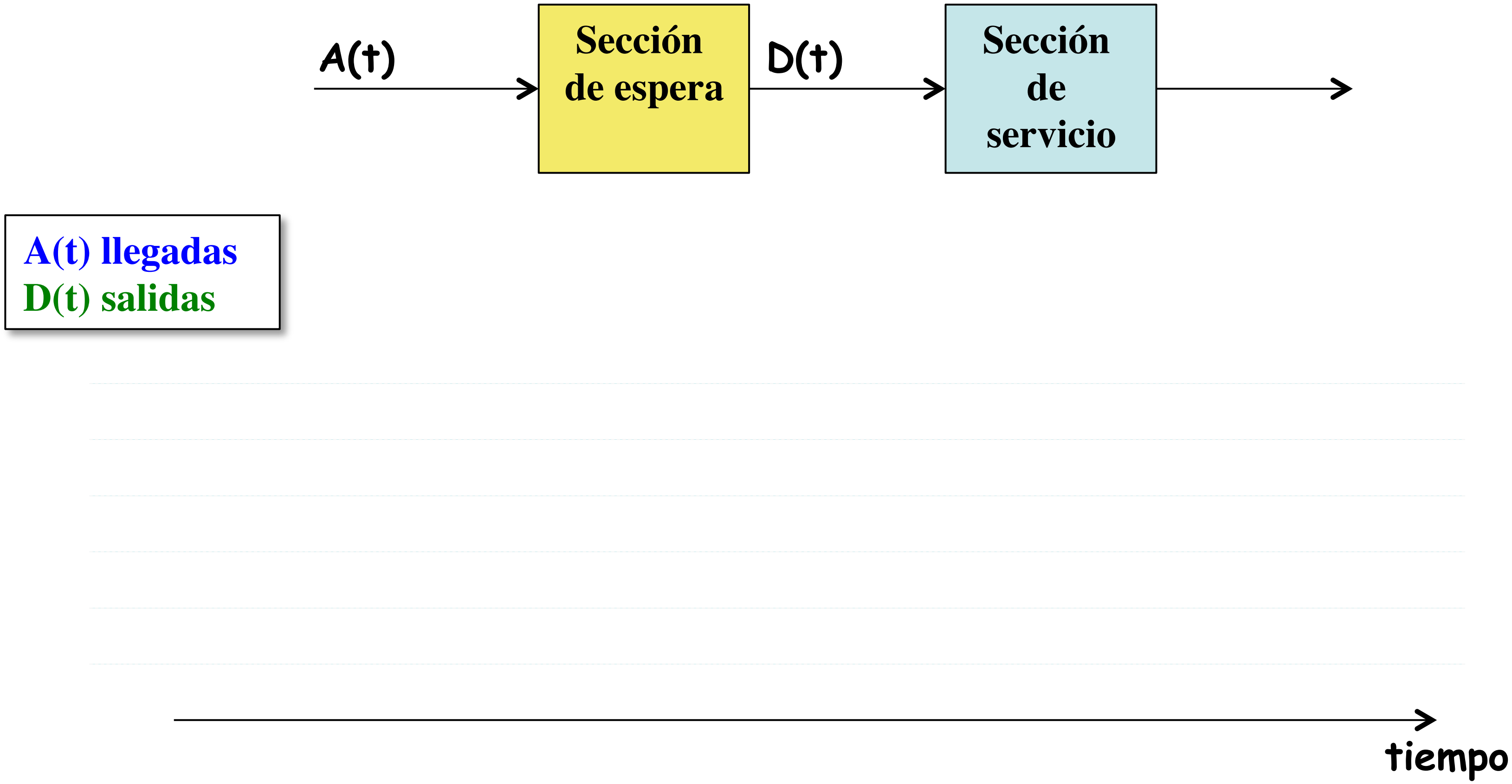


Un poco de teoría de colas: Fórmula de Little

John D.C. Little (MIT)

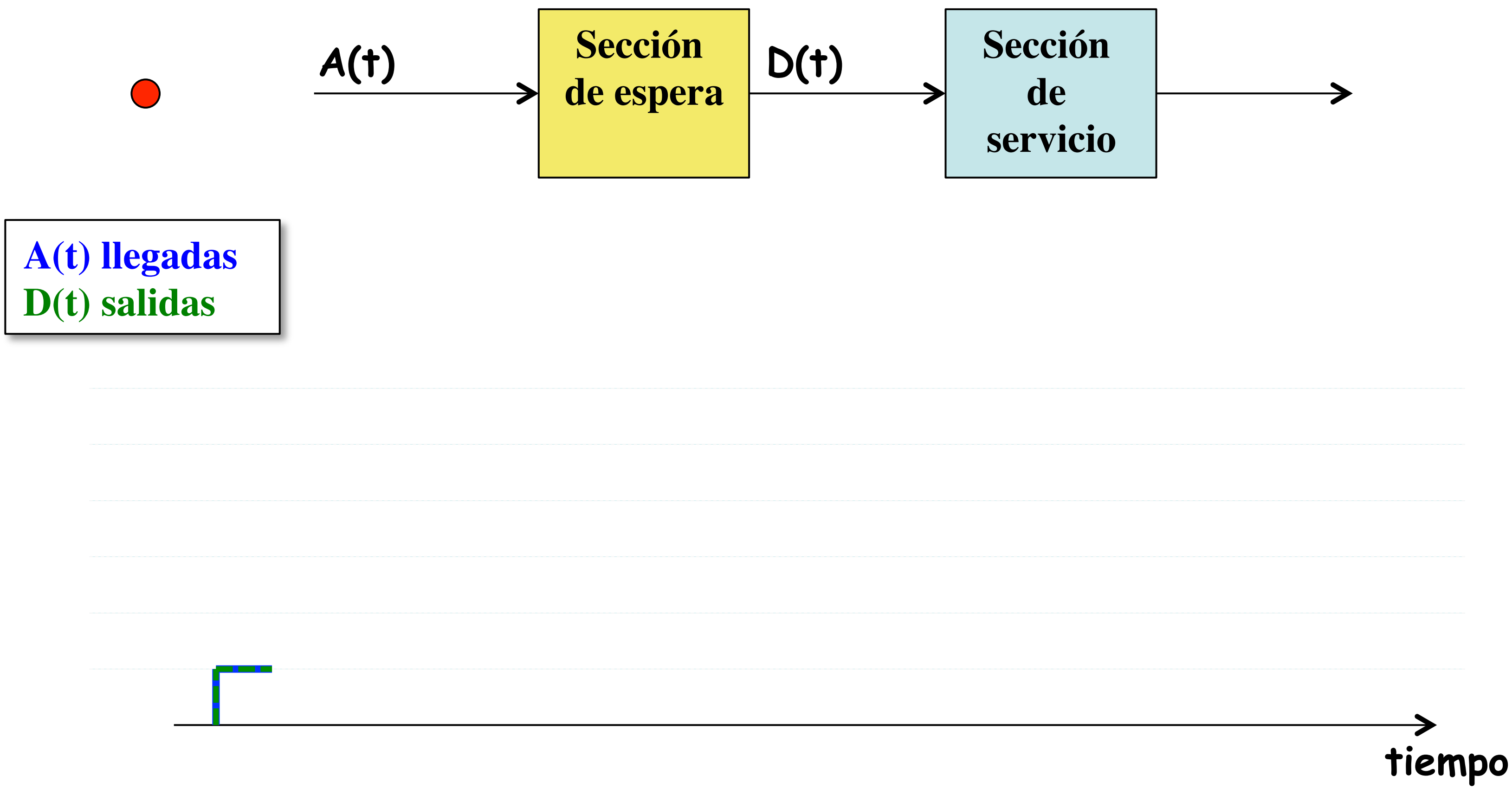
Sistema con cola

- Un sistema con una sección de servicio y una cola de espera
- A(t) : número de llegadas acumuladas en función del tiempo
- D(t) : número de salidas de la cola acumuladas en función del tiempo
- (…)



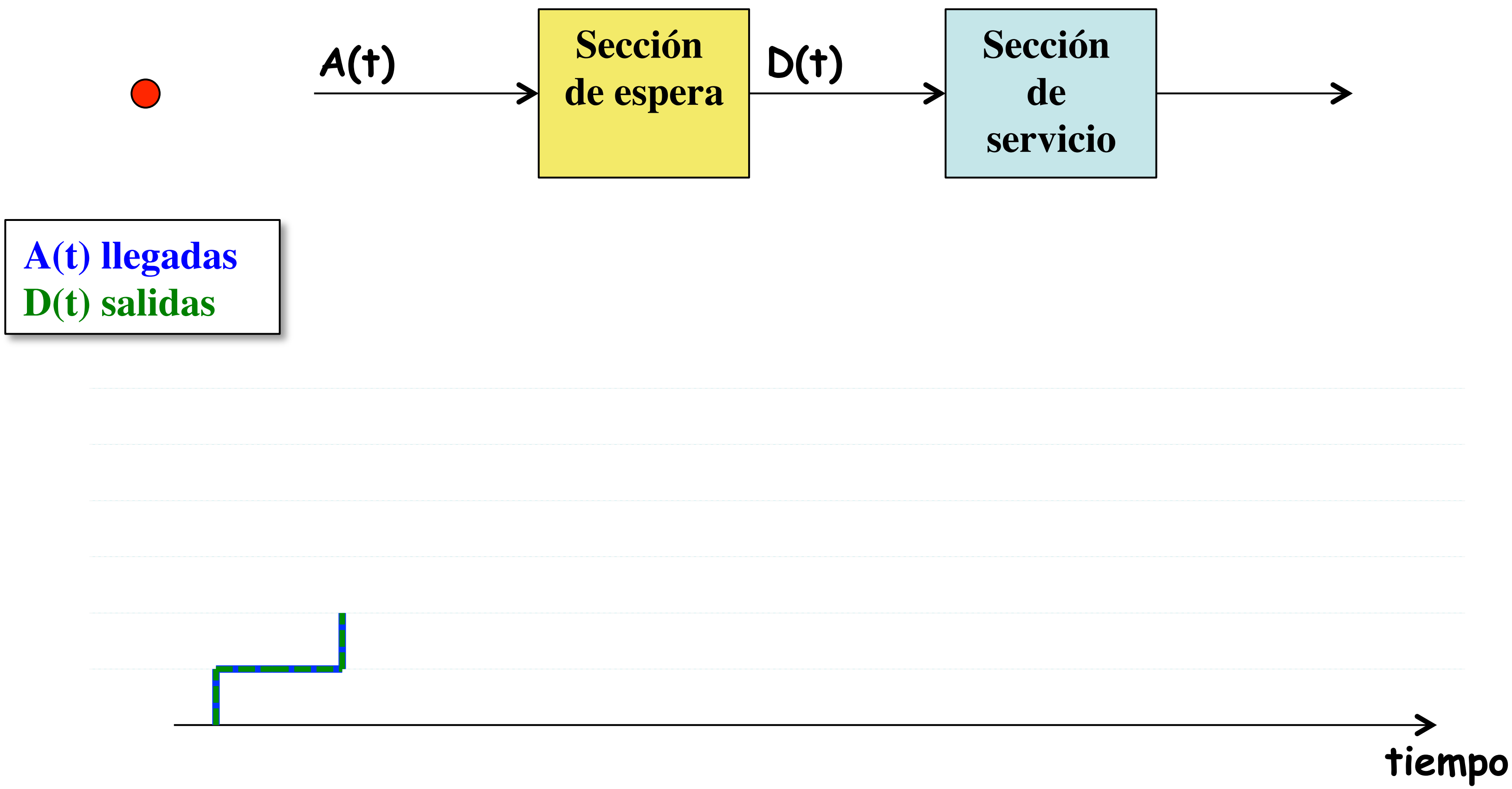
Sistema con cola

- Una llegada:
  - Si la sección de servicio y la de espera están vacías pasa directamente a la sección de servicio (. . .)



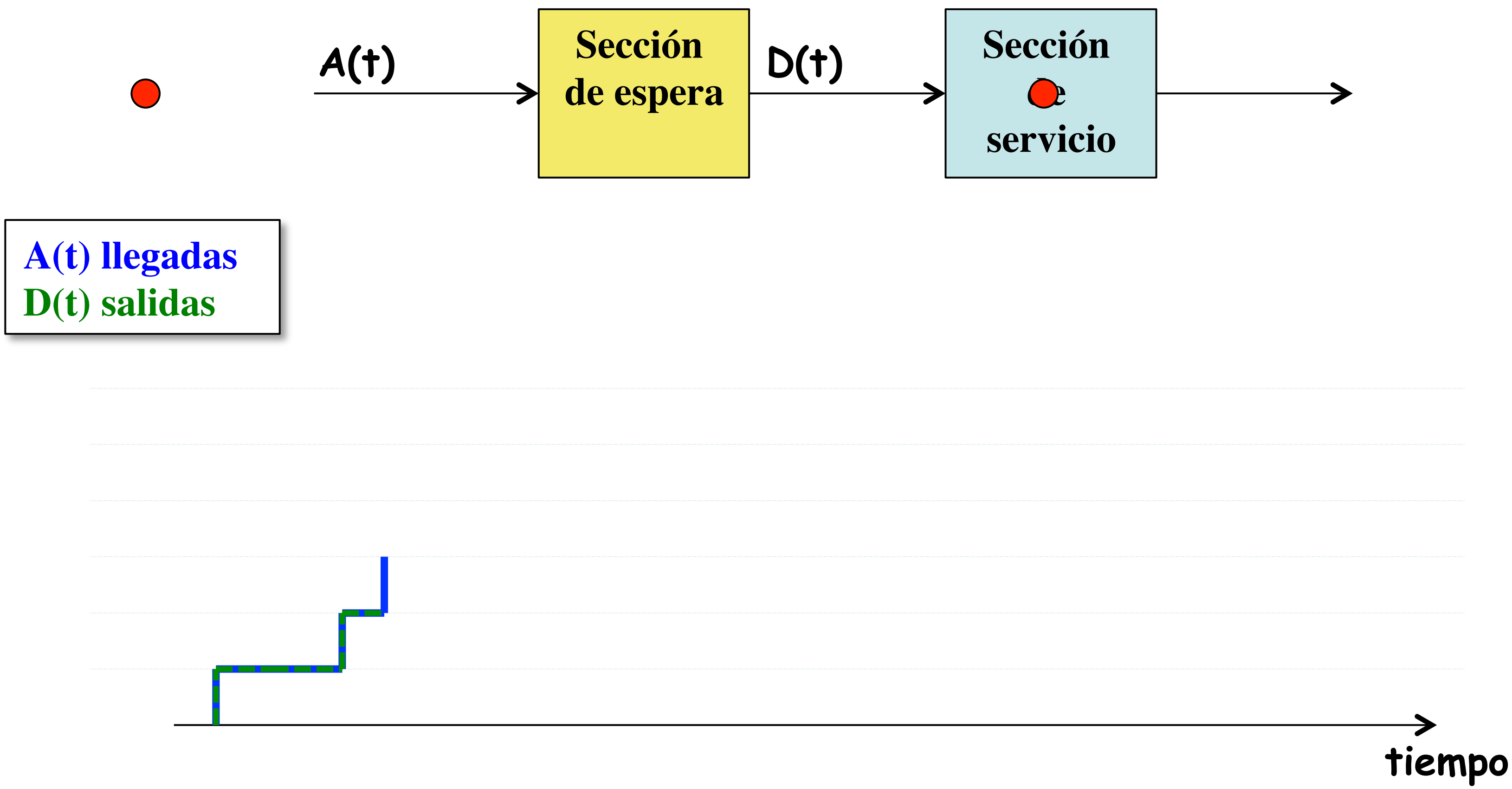
Sistema con cola

- Una llegada:
  - Si la sección de servicio y la de espera están vacías pasa directamente a la sección de servicio (. . .)
  - Si la sección de servicio está llena se queda en la de espera (. . .)



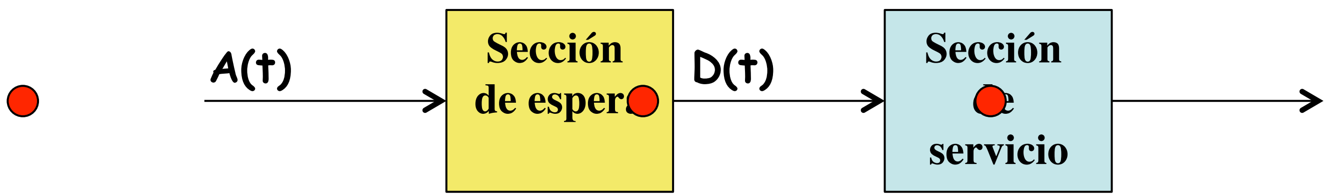
Sistema con cola

- Una llegada:
  - Si la sección de servicio y la de espera están vacías pasa directamente a la sección de servicio (. . .)
  - Si la sección de servicio está llena se queda en la de espera (. . .)



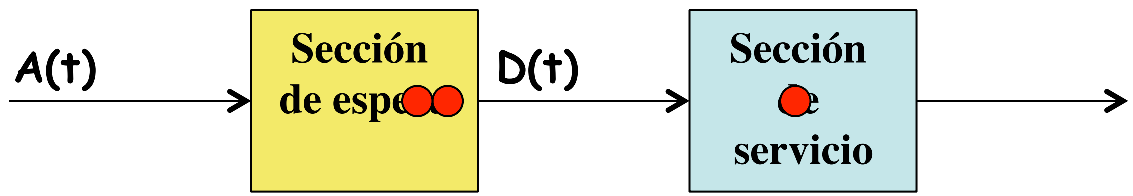
Sistema con cola

- Una llegada:
  - Si la sección de servicio y la de espera están vacías pasa directamente a la sección de servicio (. . .)
  - Si la sección de servicio está llena se queda en la de espera (. . .)



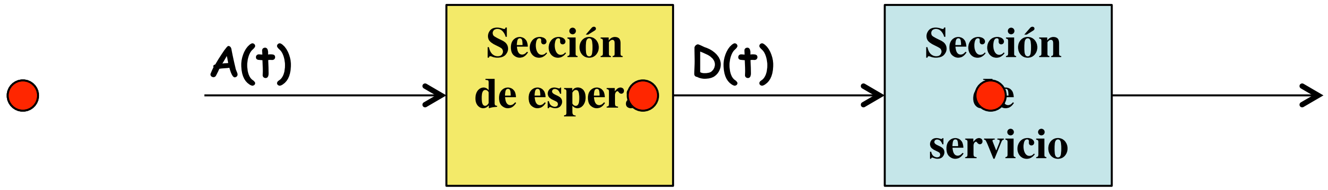
Sistema con cola

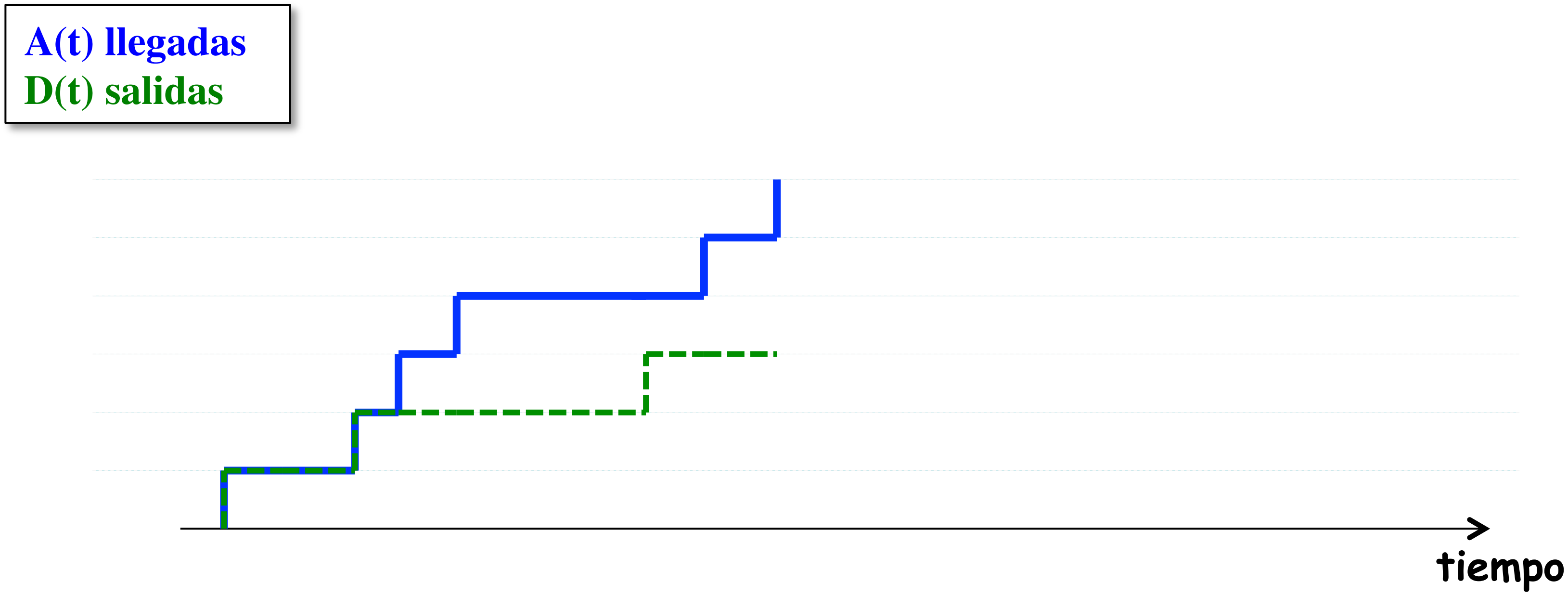
- A medida que los clientes terminan en la sección de servicio otros nuevos de la de espera pasan inmediatamente a ella (. . .)



Sistema con cola

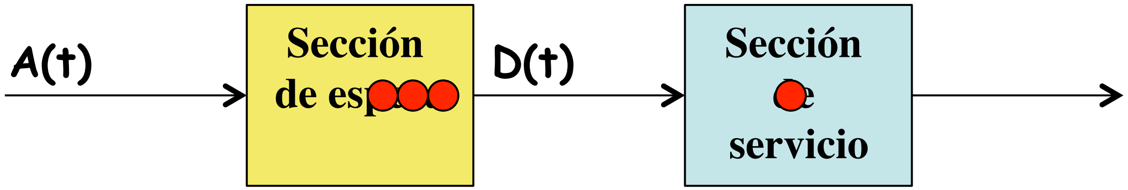
- A medida que los clientes terminan en la sección de servicio otros nuevos de la de espera pasan inmediatamente a ella (. . .)



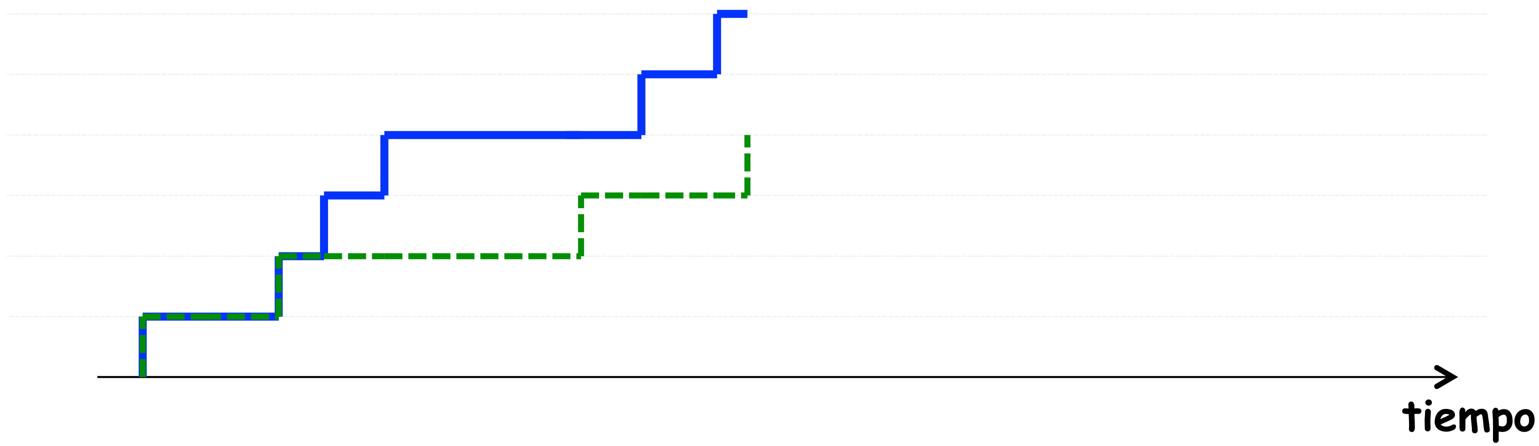


Sistema con cola

- A medida que los clientes terminan en la sección de servicio otros nuevos de la de espera pasan inmediatamente a ella (. . .)

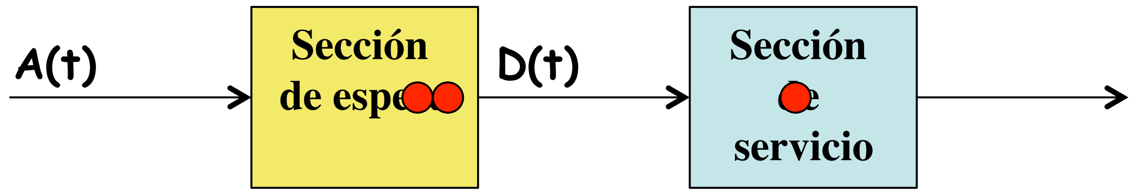


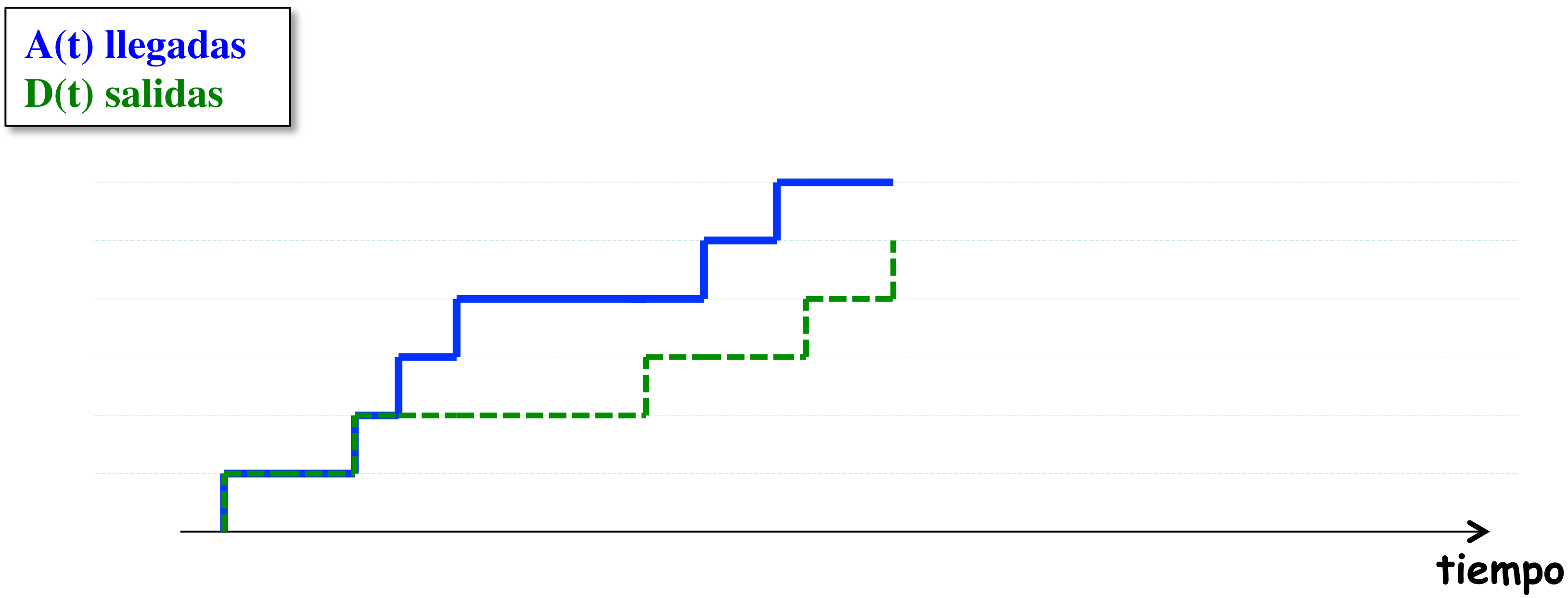
A(t) llegadas
D(t) salidas



Sistema con cola

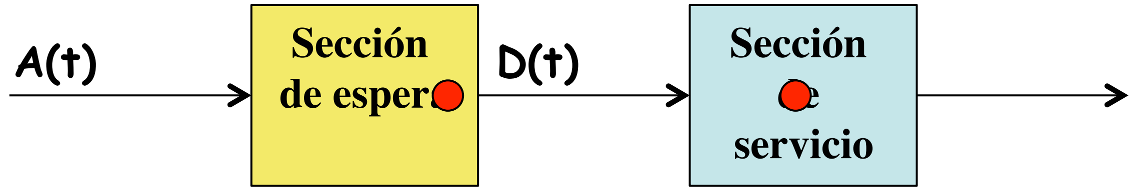
- A medida que los clientes terminan en la sección de servicio otros nuevos de la de espera pasan inmediatamente a ella (. . .)

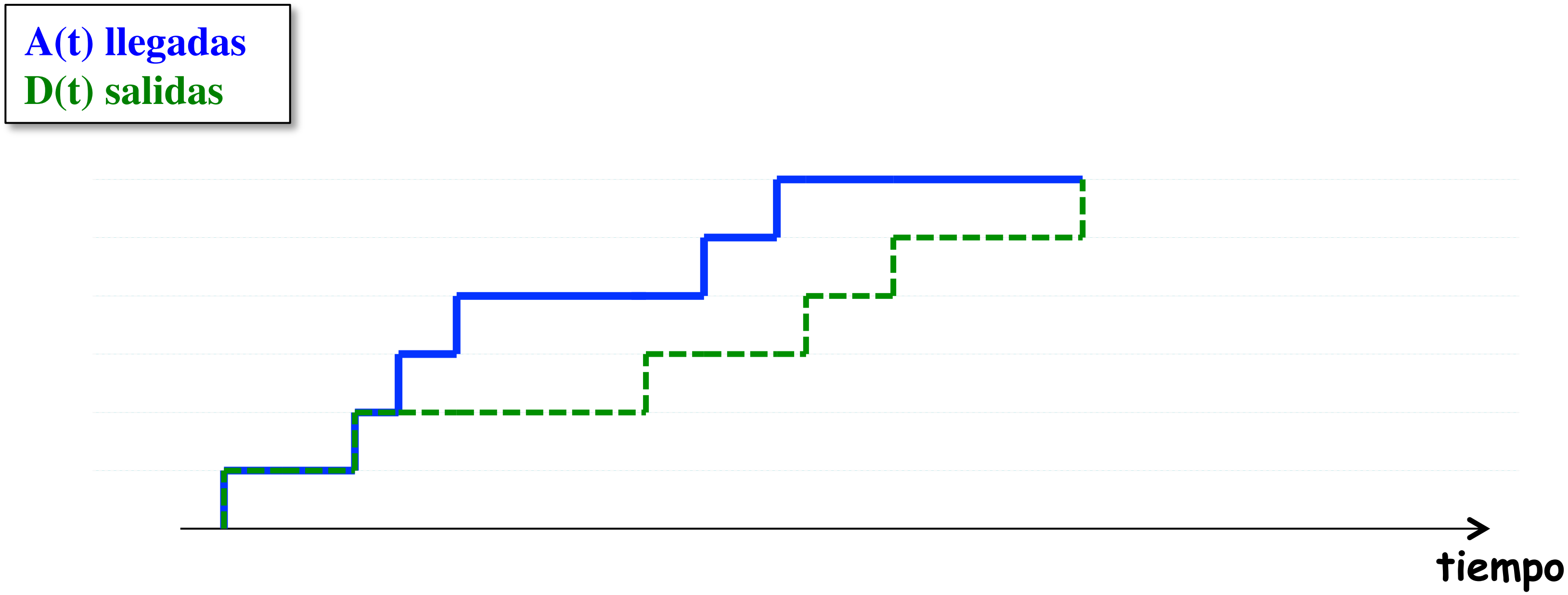




Sistema con cola

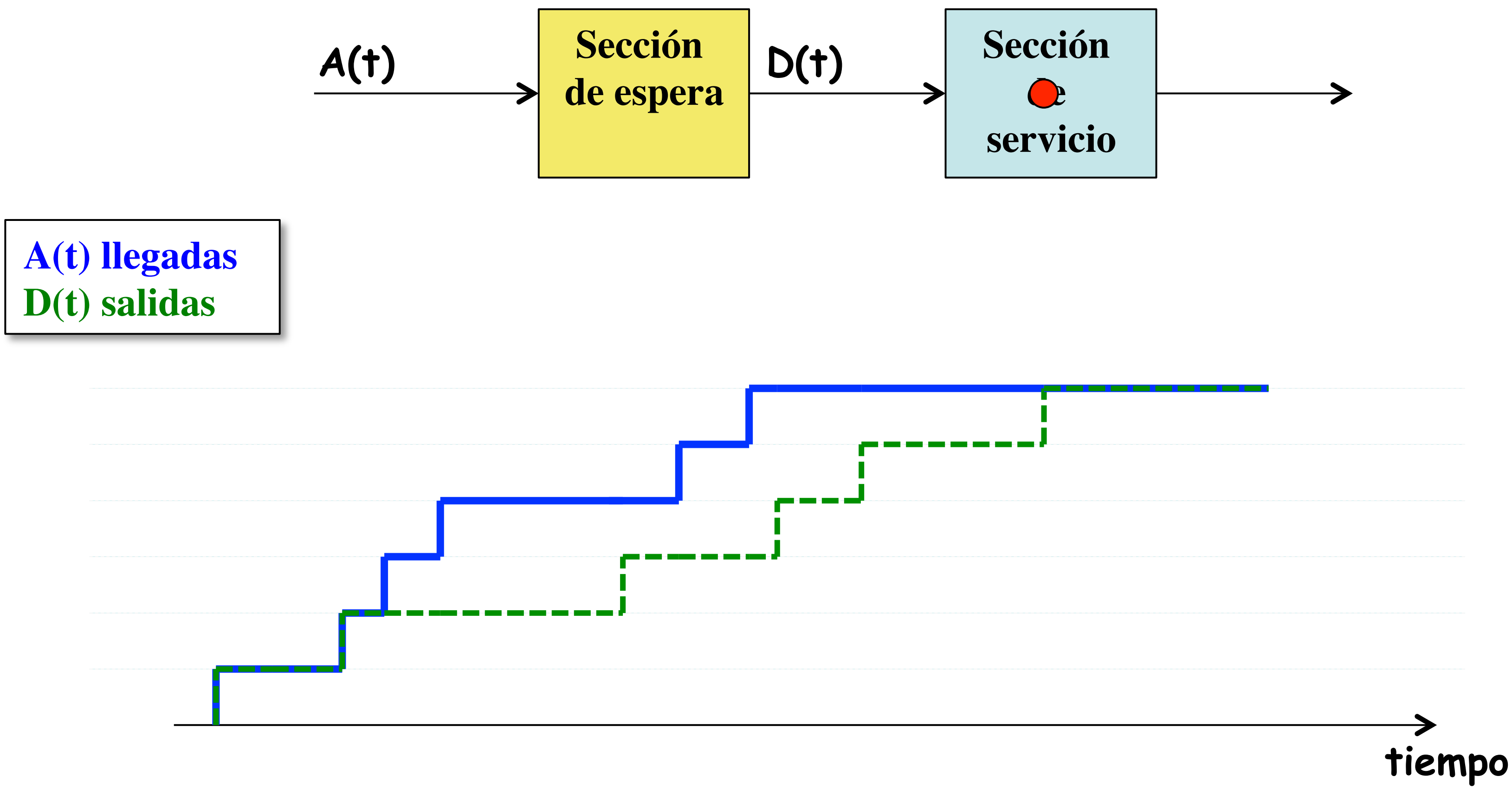
- A medida que los clientes terminan en la sección de servicio otros nuevos de la de espera pasan inmediatamente a ella (. . .)





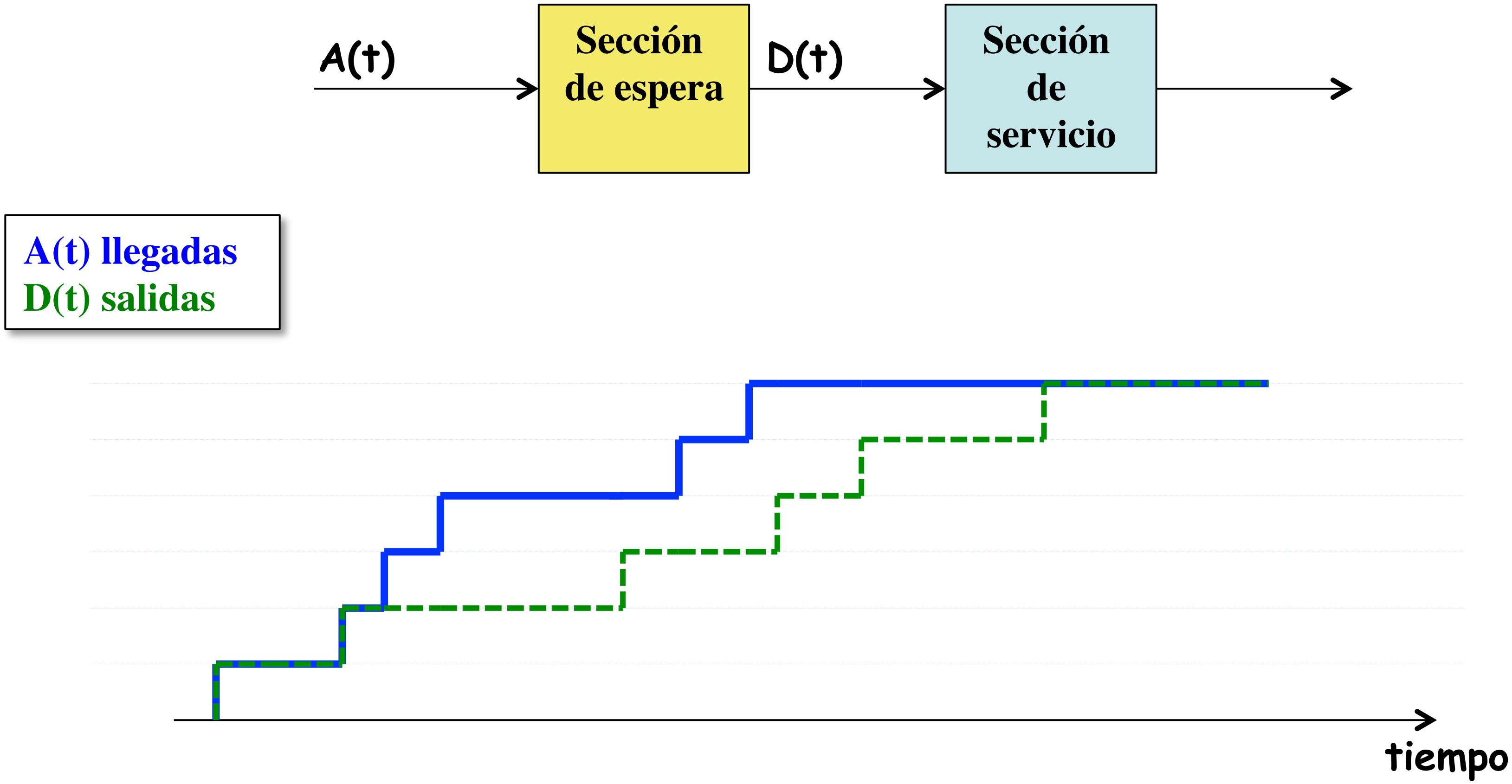
Sistema con cola

- A medida que los clientes terminan en la sección de servicio otros nuevos de la de espera pasan inmediatamente a ella (. . .)



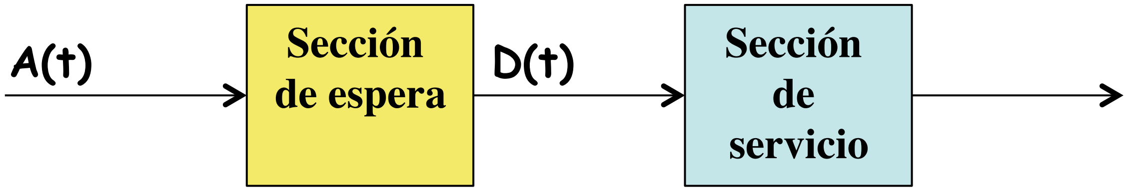
Sistema con cola

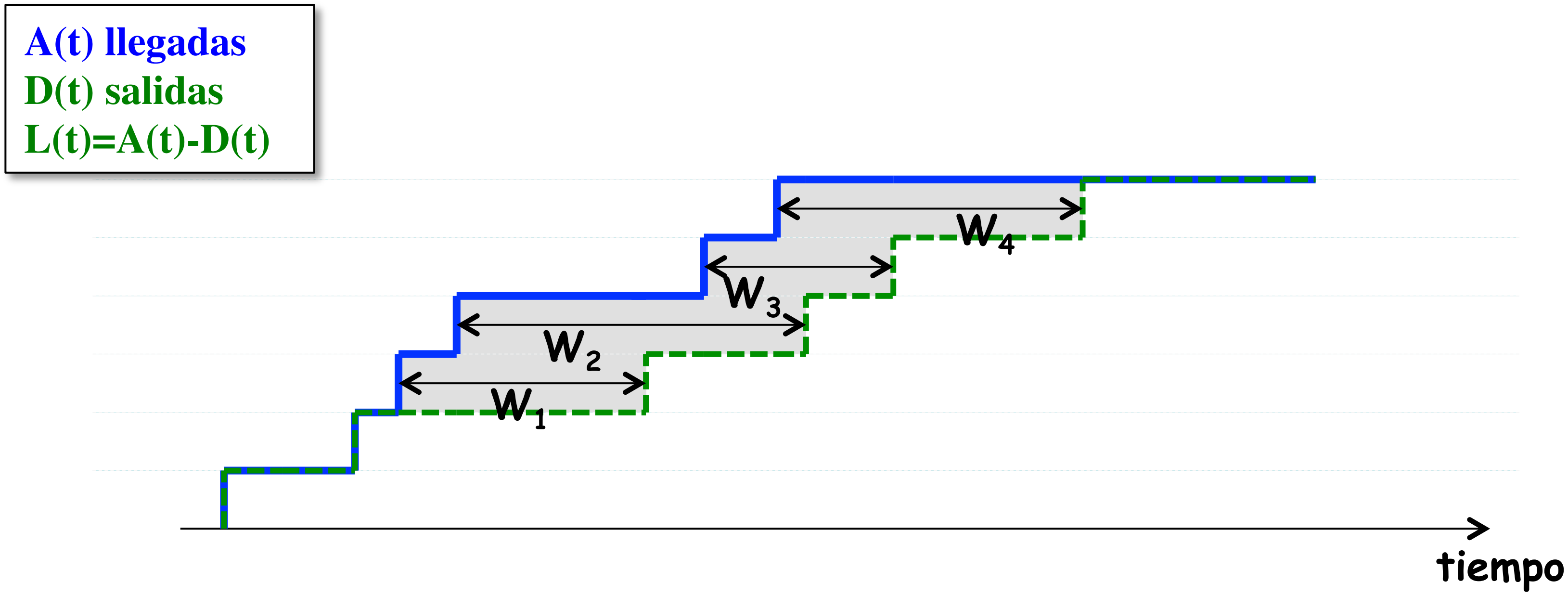
- Asumimos que es conservativo: todos los clientes que llegan son atendidos
- L(t) = A(t) – D(t) : número de usuarios en espera en el instante t



Sistema con cola

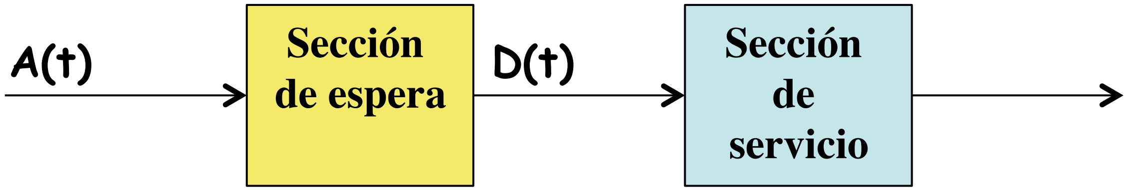
- W_i son tiempos durante los cuales algún cliente estuvo esperando

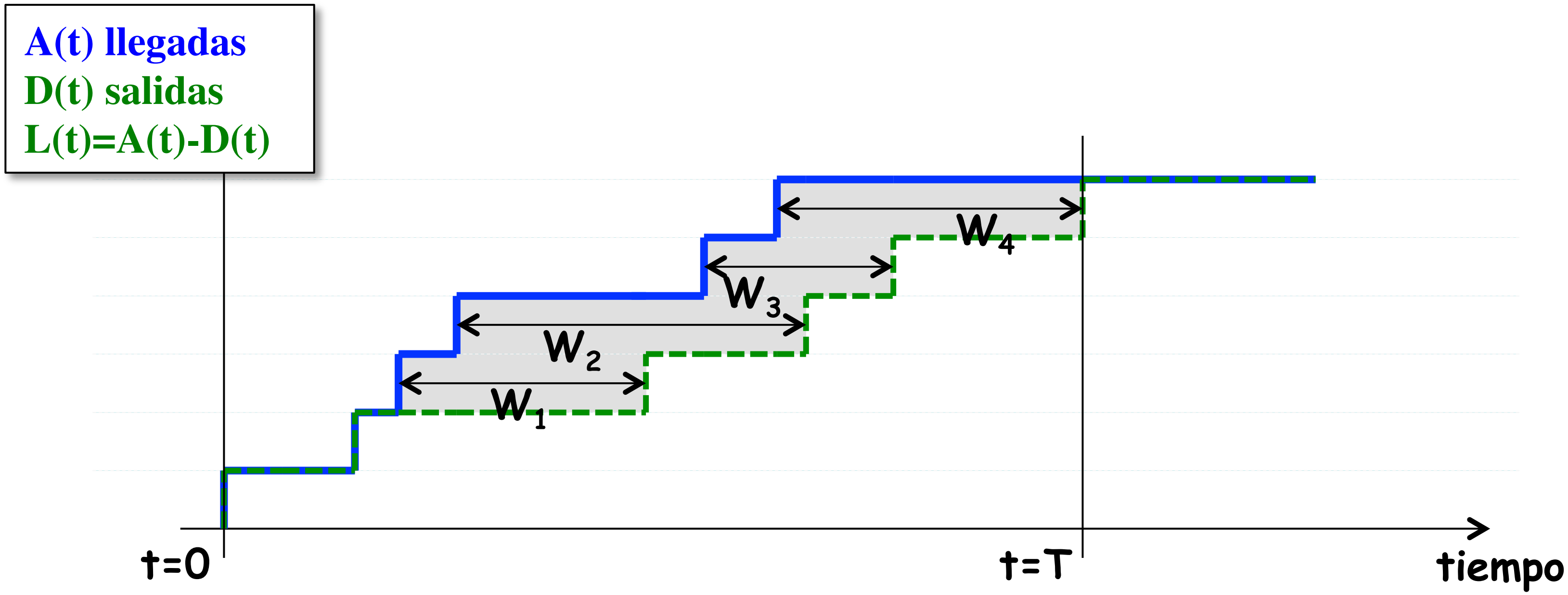




Sistema con cola

- W_i son tiempos durante los cuales algún cliente estuvo esperando
- Consideramos dos instantes en los que A(t)=D(t)
- Por ejemplo t=0 y t=T

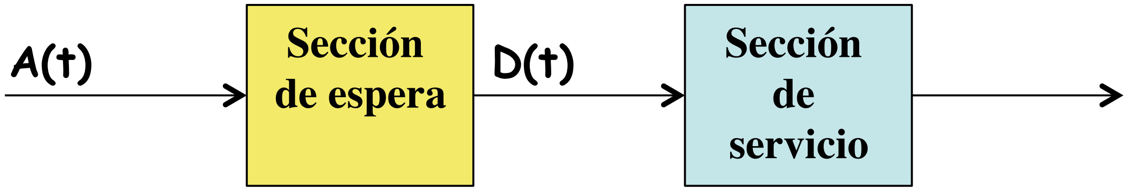


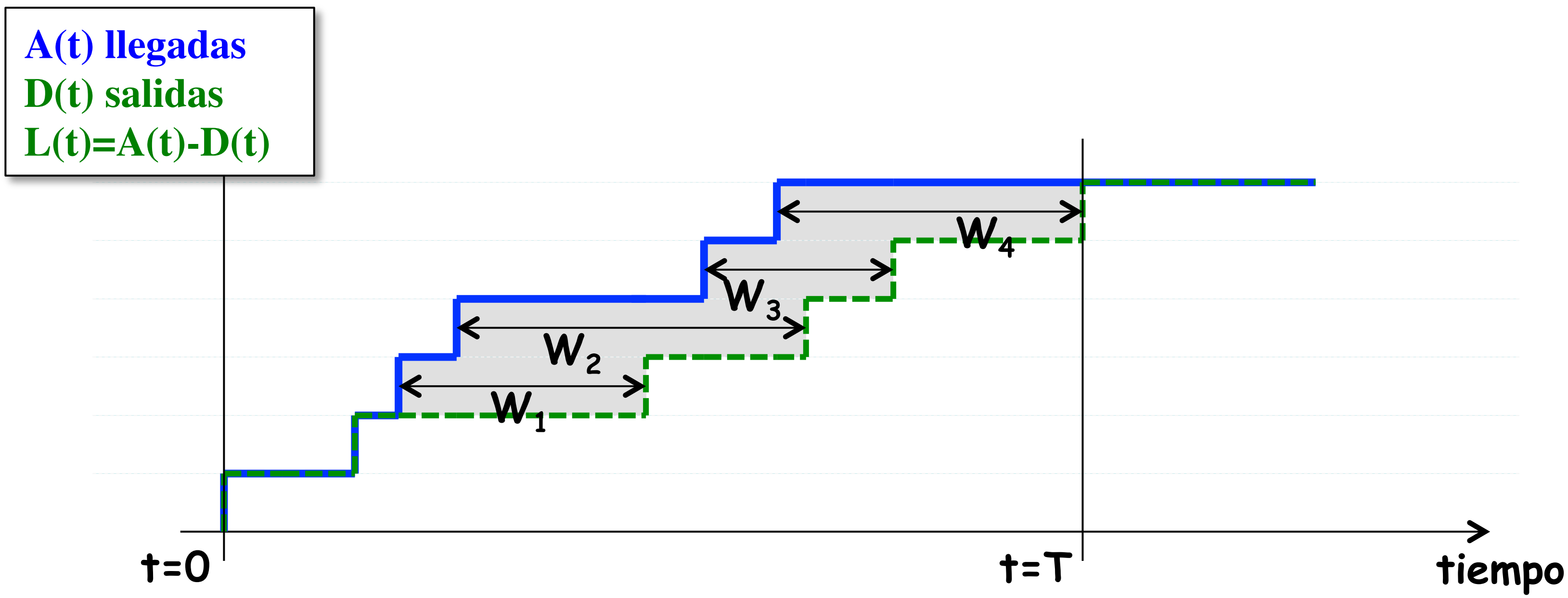


Sistema con cola

- El número de llegadas en ese intervalo es: n(T) = A(T) – A(0)
- El número *medio* de llegadas por unidad de tiempo en él es:

$$\lambda(T) = \frac{n(T)}{T}$$

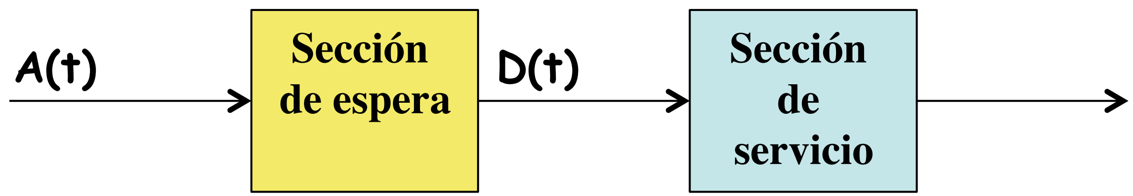


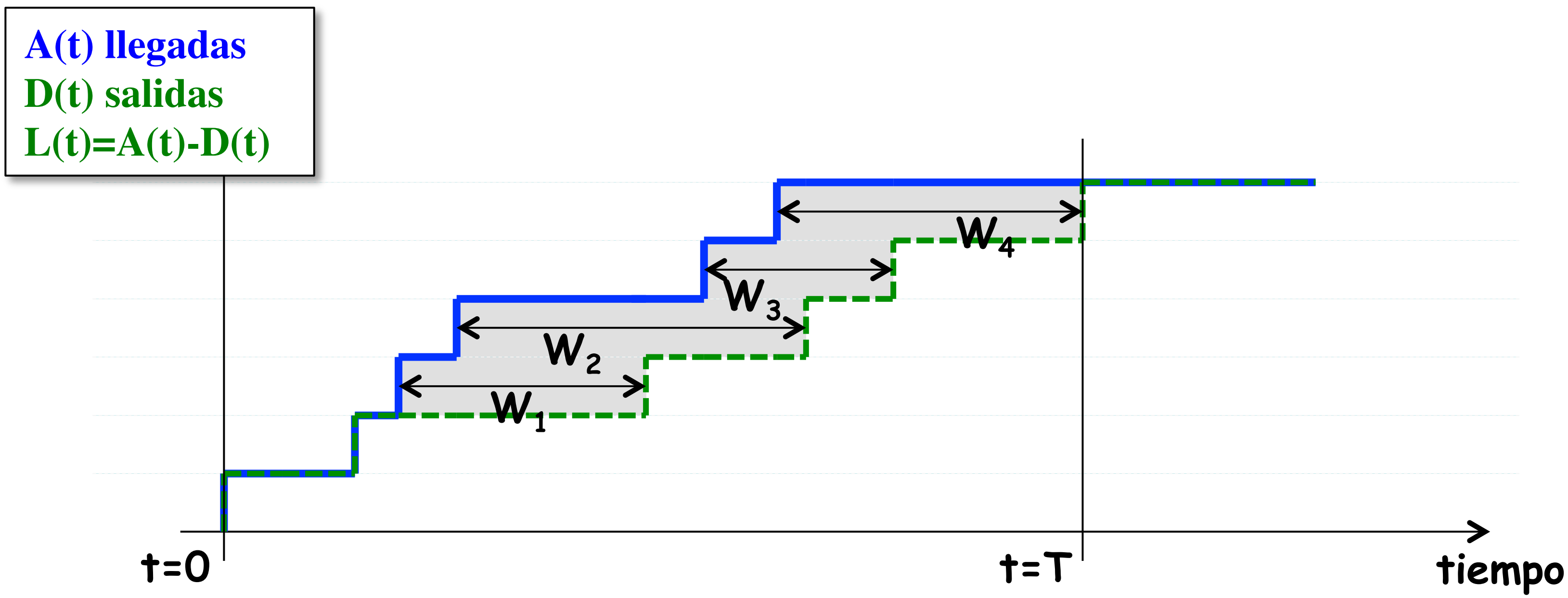


upna Universidad Pública de Navarra Nafarroako Unibertsitate Publikoa

Sistema con cola

- El área sombreada es: $\int_0^T L(t)\,dt = \sum_{j=1}^{n(T)} W_j$
- El tiempo medio de espera en ese intervalo es: $\overline{W}(T) = \sum_{j=1}^{n(T)} \frac{W_j}{n(T)} = \frac{\sum_{j=1}^{n(T)} W_j}{n(T)}$
- Y el número medio de usuarios en él es: $\overline{L}(T) = \frac{\int_0^T L(t)\,dt}{T}$

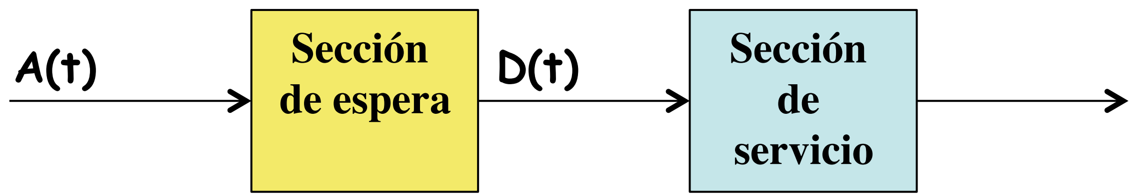




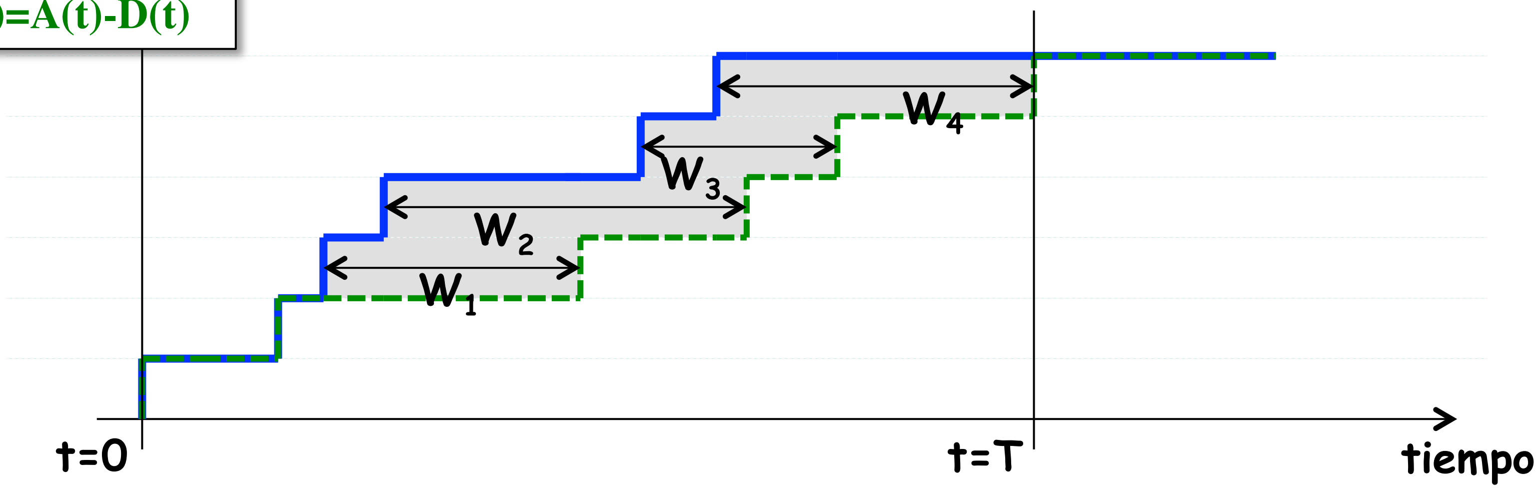
Sistema con cola

$$\lambda(T)=\frac{n(T)}{T} \qquad \int_0^T L(t)dt=\sum_{j=1}^{n(T)}W_j \qquad \overline{L}(T)=\frac{\int_0^T L(t)\,dt}{T} \qquad \overline{W}(T)=\frac{\sum_{j=1}^{n(T)}W_j}{n(T)}$$

$$\overline{L}(T)=$$



A(t) llegadas
D(t) salidas
L(t)=A(t)-D(t)



Sistema con cola

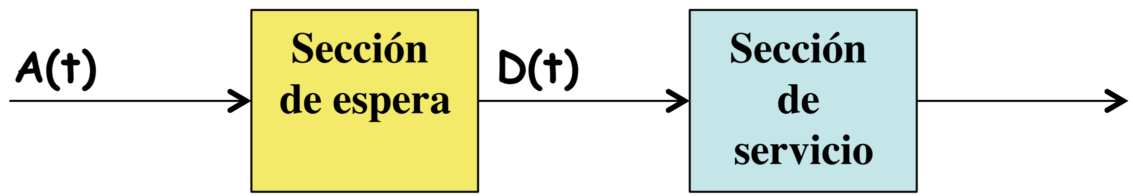
$$\lambda(T) = \frac{n(T)}{T}$$

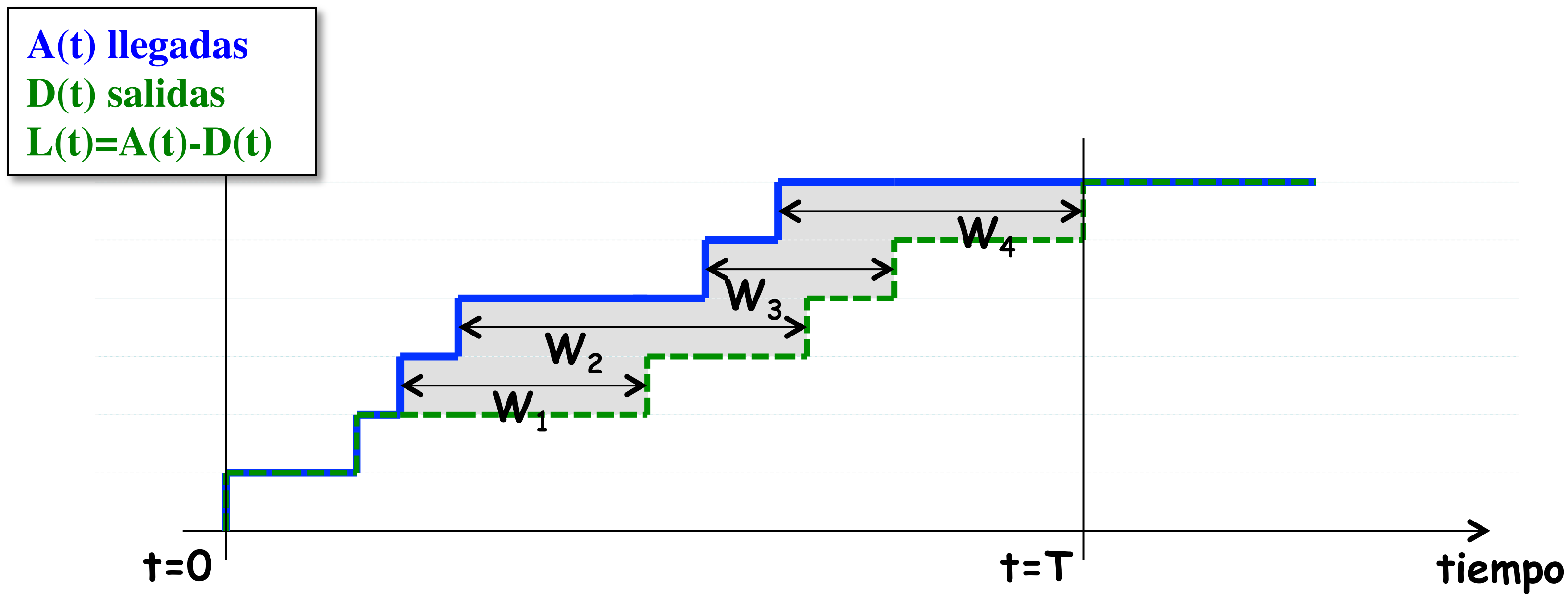
$$\int_0^T L(t)dt = \sum_{j=1}^{n(T)} W_j$$

$$\overline{L}(T) = \frac{\int_0^T L(t)\,dt}{T}$$

$$\overline{W}(T) = \frac{\sum_{j=1}^{n(T)} W_j}{n(T)}$$

$$\overline{L}(T) = \frac{\int_0^T L(t)\,dt}{T}$$

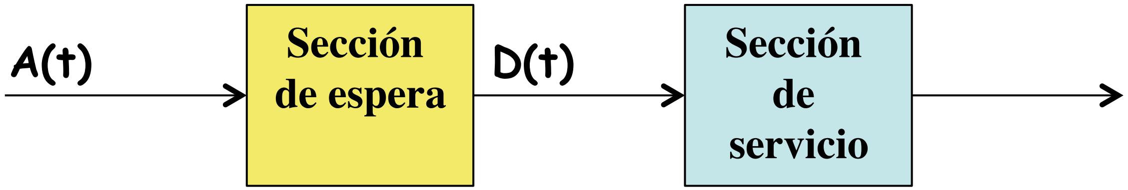


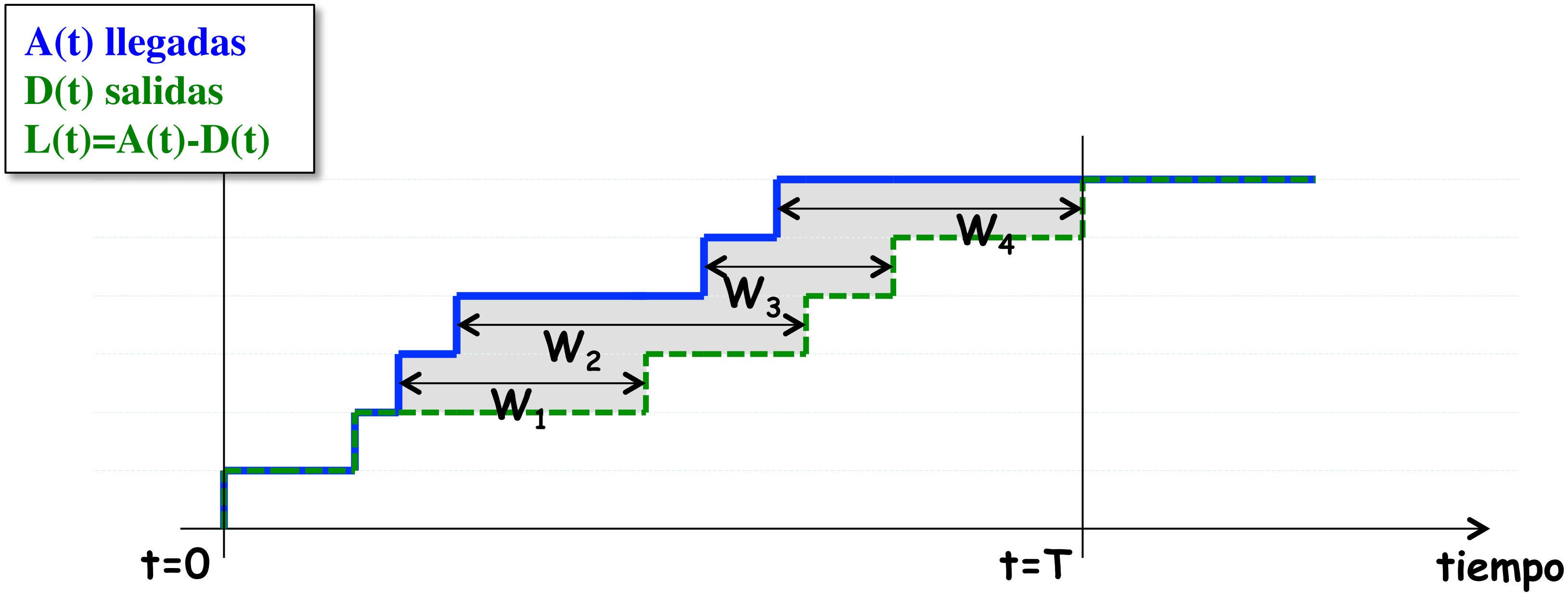


Sistema con cola

$$\lambda(T) = \frac{n(T)}{T} \qquad \int_0^T L(t)dt = \sum_{j=1}^{n(T)} W_j \qquad \bar{L}(T) = \frac{\int_0^T L(t)\,dt}{T} \qquad \bar{W}(T) = \frac{\sum_{j=1}^{n(T)} W_j}{n(T)}$$

$$\bar{L}(T) = \frac{\int_0^T L(t)\,dt}{T} = \frac{\sum_{j=1}^{n(T)} W_j}{T}$$

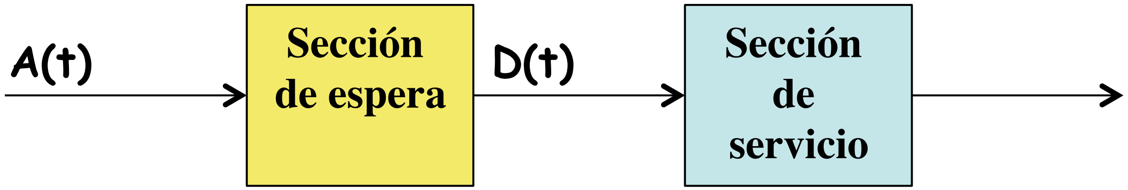


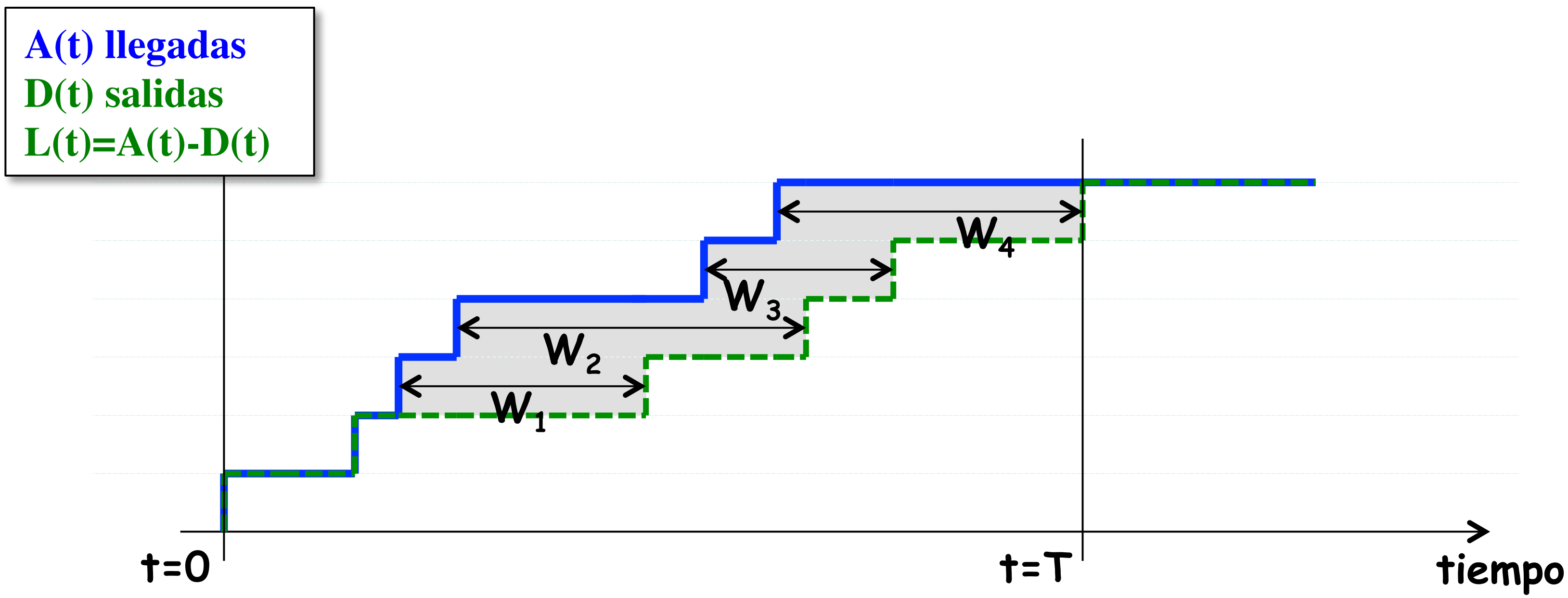


Sistema con cola

$$\lambda(T)=\frac{n(T)}{T} \qquad \int_0^T L(t)dt=\sum_{j=1}^{n(T)} W_j \qquad \overline{L}(T)=\frac{\int_0^T L(t)\,dt}{T} \qquad \overline{W}(T)=\frac{\sum_{j=1}^{n(T)} W_j}{n(T)}$$

$$\overline{L}(T)=\frac{\int_0^T L(t)\,dt}{T}=\frac{\sum_{j=1}^{n(T)} W_j}{T}=\frac{n(T)\overline{W}(T)}{T}$$

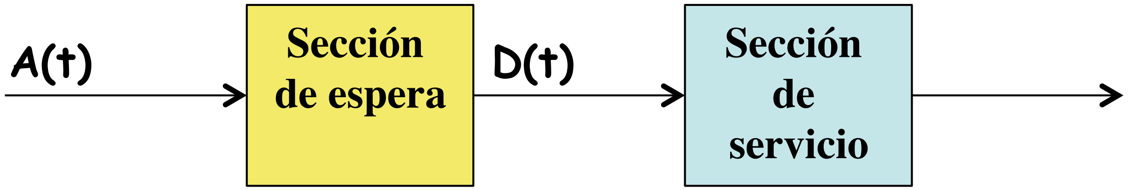


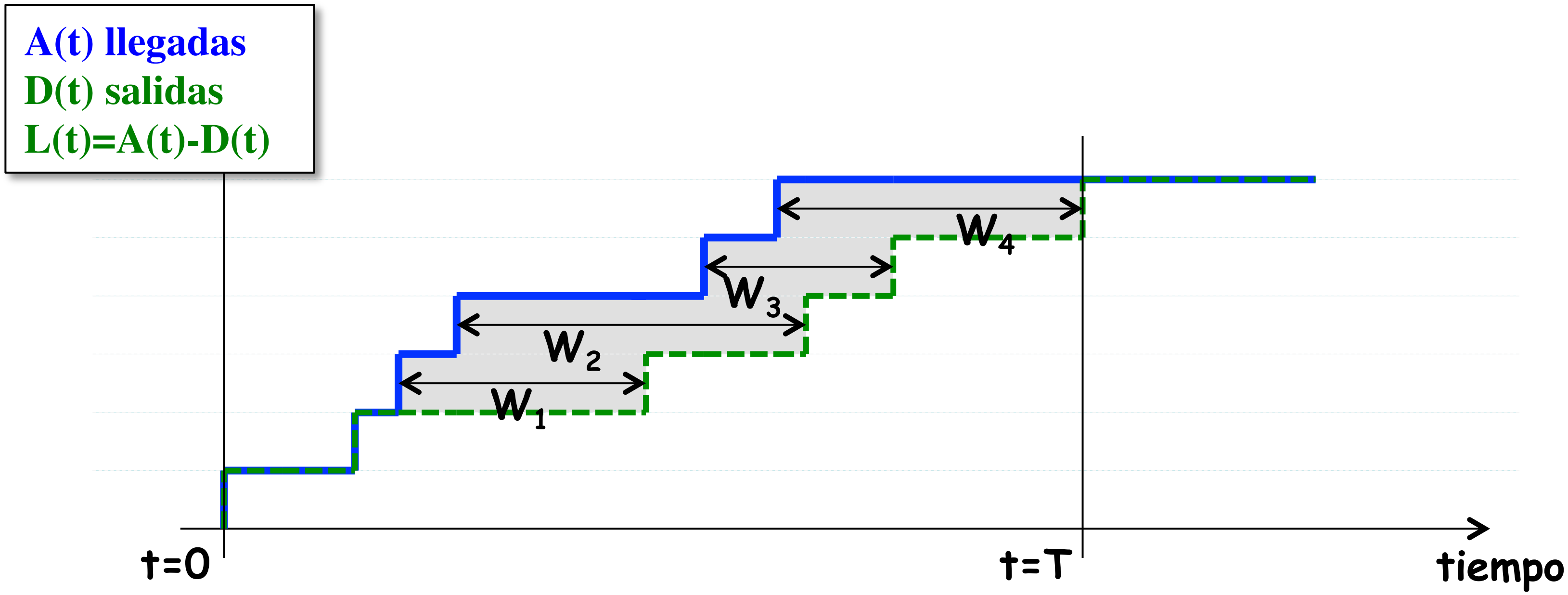


Sistema con cola

$$\lambda(T) = \frac{n(T)}{T} \qquad \int_0^T L(t)dt = \sum_{j=1}^{n(T)} W_j \qquad \overline{L}(T) = \frac{\int_0^T L(t)\,dt}{T} \qquad \overline{W}(T) = \frac{\sum_{j=1}^{n(T)} W_j}{n(T)}$$

$$\overline{L}(T) = \frac{\int_0^T L(t)\,dt}{T} = \frac{\sum_{j=1}^{n(T)} W_j}{T} = \frac{n(T)\overline{W}(T)}{T} = \lambda(T)\overline{W}(T)$$

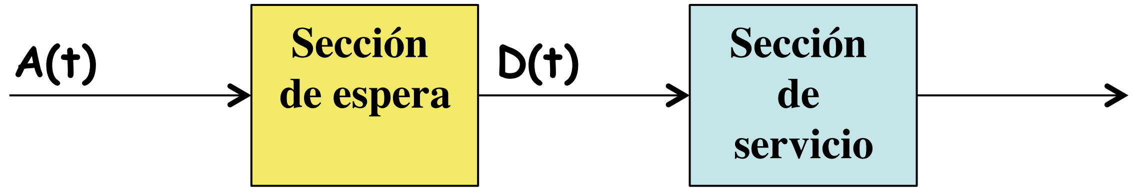


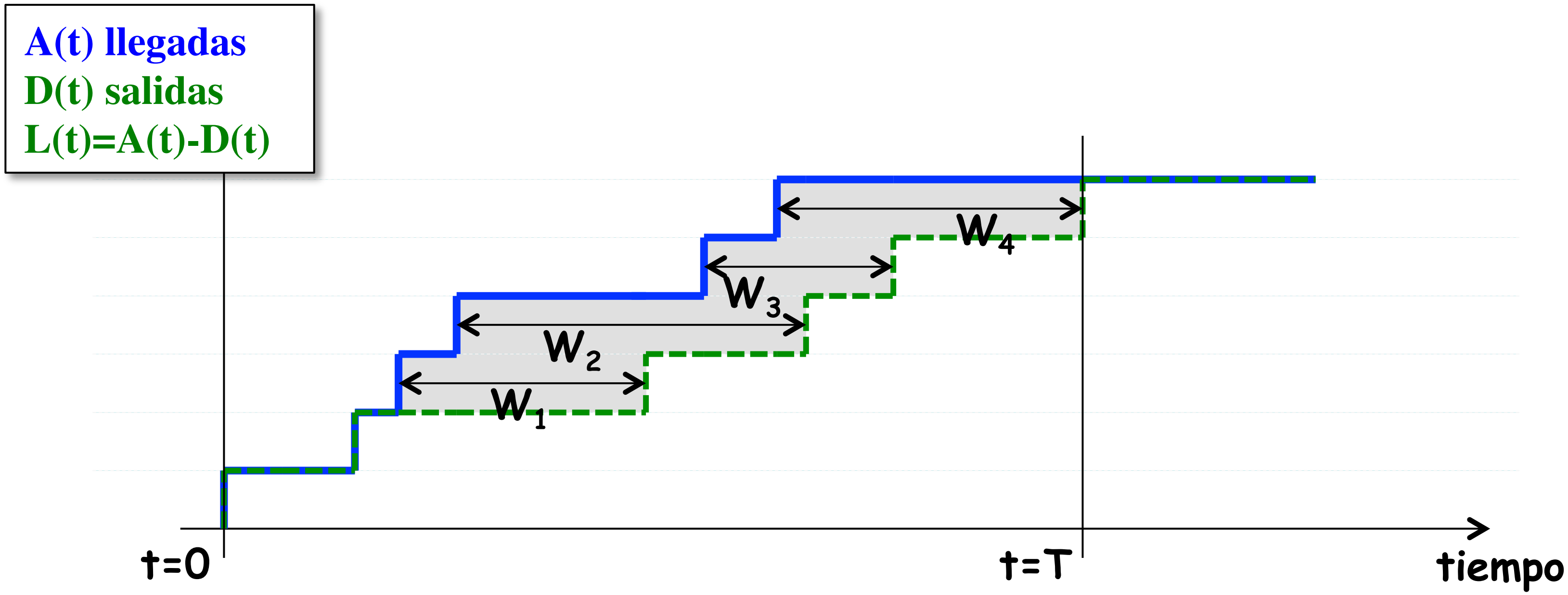


Sistema con cola

$$\lambda(T)=\frac{n(T)}{T} \qquad \int_0^T L(t)dt=\sum_{j=1}^{n(T)} W_j \qquad \overline{L}(T)=\frac{\int_0^T L(t)\,dt}{T} \qquad \overline{W}(T)=\frac{\sum_{j=1}^{n(T)} W_j}{n(T)}$$

$$\boxed{\overline{L}(T)=\lambda(T)\overline{W}(T)}$$



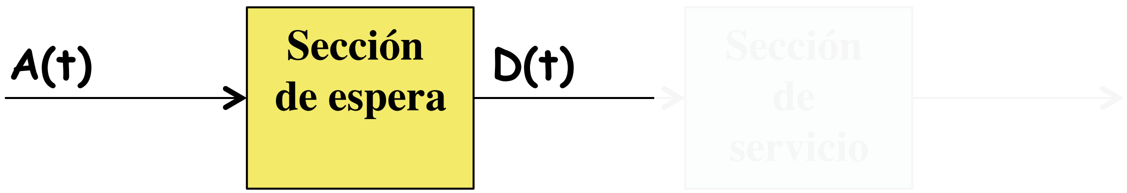


Fórmula de Little

- Número medio de usuarios en el sistema = tasa media de llegadas x tiempo medio de espera

$$\overline{L}(T) = \lambda(T)\overline{W}(T)$$

- Demostrado para FIFO pero válido para cualquier política de servicio
- El "sistema" puede englobar cualquier número de elementos
- Podría ser por ejemplo solamente la sección de espera (…)



Fórmula de Little

- Número medio de usuarios en el sistema = tasa media de llegadas x tiempo medio de espera

$$\overline{L}(T) = \lambda(T)\overline{W}(T)$$

- Demostrado para FIFO pero válido para cualquier política de servicio
- El “sistema” puede englobar cualquier número de elementos
- O ser solamente la sección de servicio

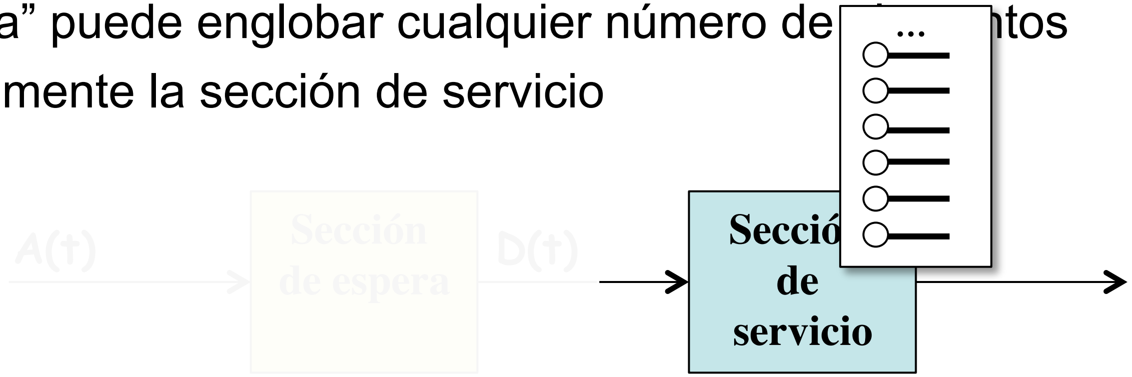
- (…)

Fórmula de Little

- Número medio de usuarios en el sistema = tasa media de llegadas x tiempo medio de espera

$$\overline{L}(T) = \lambda(T)\overline{W}(T)$$

- Demostrado para FIFO pero válido para cualquier política de servicio
- El “sistema” puede englobar cualquier número de [illegible]ntos
- O ser solamente la sección de servicio



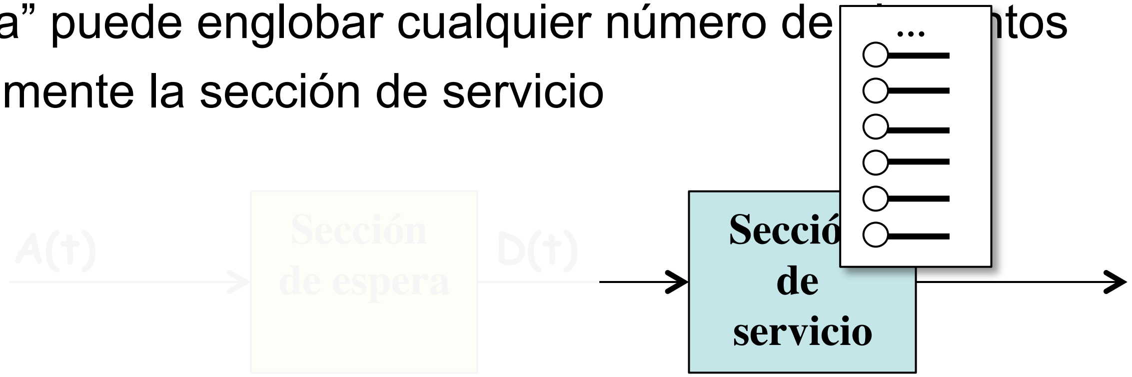
- Supongamos que la sección de servicio es una troncal de “infinitas” líneas y no hay cola (en vez de poder esperar se “bloquean”)
- La fórmula de Little nos dice que el número medio de líneas en uso (número medio de clientes en el sistema) es igual a la tasa media de llegadas multiplicada por el tiempo medio de servicio (…)

Fórmula de Little

- Número medio de usuarios en el sistema = tasa media de llegadas x tiempo medio de espera

$$\overline{L}(T) = \lambda(T)\overline{W}(T)$$

- Demostrado para FIFO pero válido para cualquier política de servicio
- El “sistema” puede englobar cualquier número de ntos
- O ser solamente la sección de servicio



- Supongamos que la sección de servicio es una troncal de “infinitas” líneas y no hay cola (en vez de poder esperar se “bloquean”)
- La fórmula de Little nos dice que el número medio de líneas en uso (número medio de clientes en el sistema) es igual a la tasa media de llegadas multiplicada por el tiempo medio de servicio (…)
- Es decir, la intensidad de tráfico media $\overline{I}$

Resumen

- Proceso de llegadas de Poisson
- Tiempos de servicio exponenciales
- Fórmula de Little: $L = \lambda W$
- Si no hay pérdidas el número medio de líneas en uso es la intensidad de tráfico media