

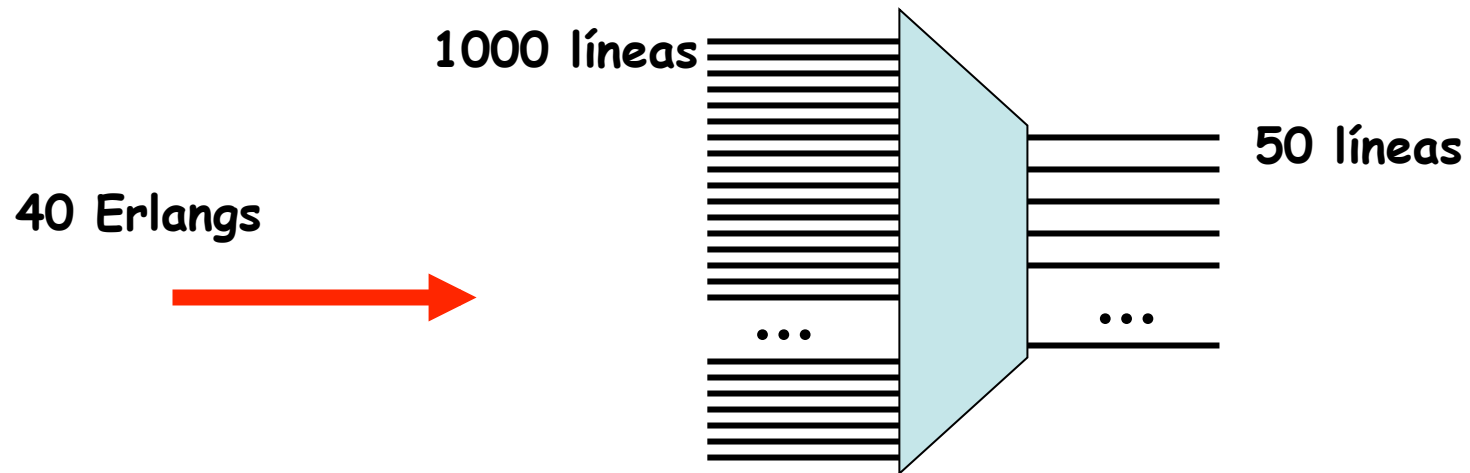
# Traffic Analysis: Ejemplos

Area de Ingeniería Telemática  
<http://www.tlm.unavarra.es>

Arquitectura de Redes, Sistemas y Servicios  
3º Ingeniería de Telecomunicación

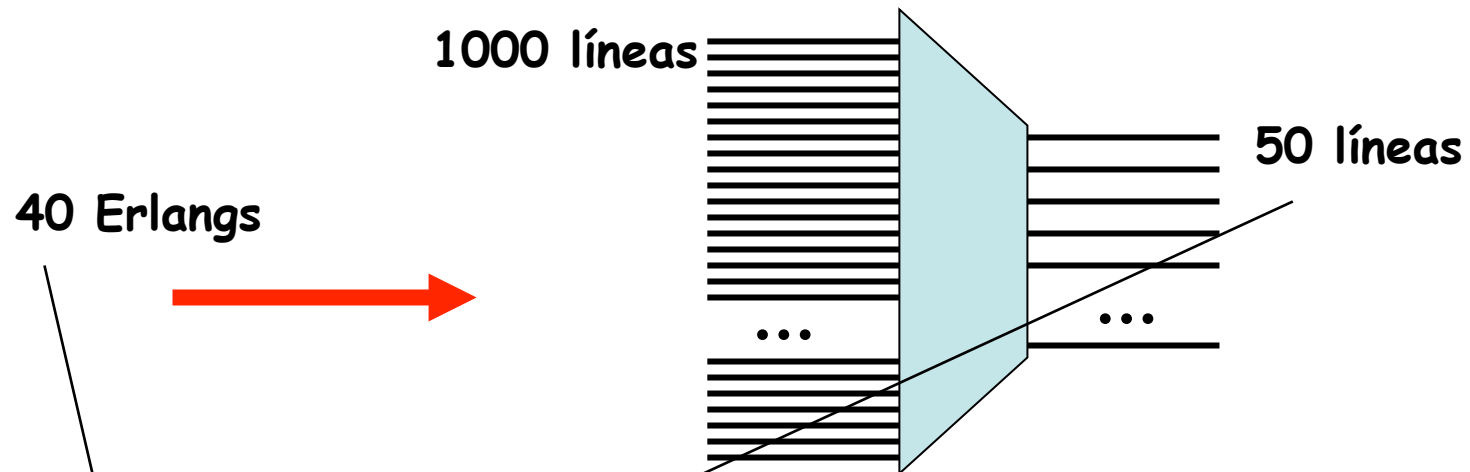
# Ejemplos (1)

- 1000 líneas llegan a un concentrador que selecciona 50 para entrar a una centralita
- Los usuarios generan un tráfico de 40 Erlangs
- ¿Cuál es la probabilidad de bloqueo ?



# Ejemplos (1)

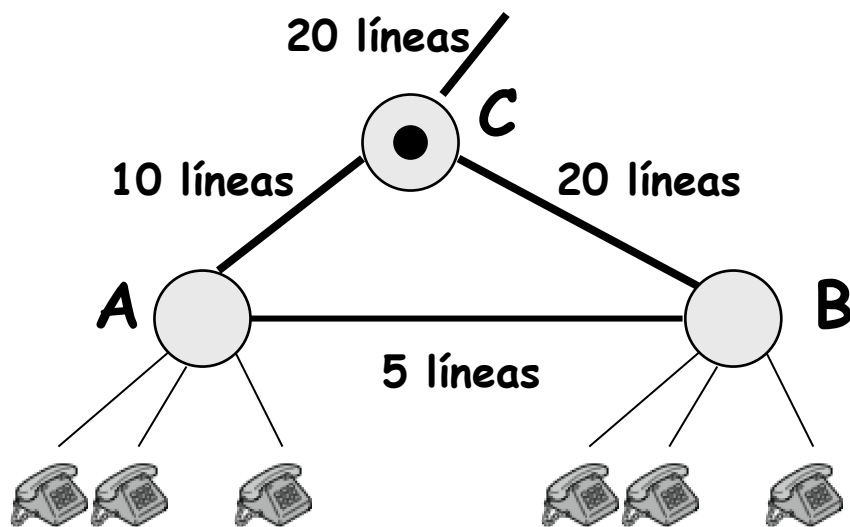
- 1000 líneas llegan a un concentrador que selecciona 50 para entrar a una centralita
- Los usuarios generan un tráfico de 40 Erlangs
- ¿Cuál es la probabilidad de bloqueo ?



- La probabilidad de bloqueo es  
 $P_b = B(40, 50) = 0.0187$  casi un 2%

# Ejemplos (2)

- En la centralita A de la figura las llamadas con destino a B se encaminan si es posible por el enlace directo a B y en caso de estar ocupado a través de la central primaria
- ¿Cuál es el tráfico que cursa el enlace A-C y cuál es la probabilidad de bloqueo de una llamada de un abonado de A a uno de B ?

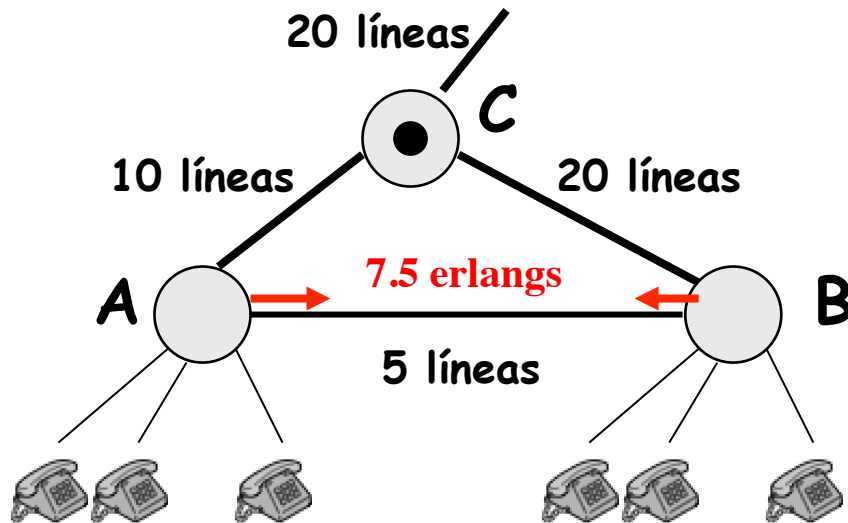


## Demanda en Erlangs

Origen	a A	a B	Al exterior
De A	2	4.5	4.5
De B	3	3.2	5
Exterior	2	2	-

# Ejemplos (2)

- Las 5 líneas entre A-B soportan un tráfico de  $3+4.5=7.5$  Erlangs
- Al ser 5 líneas la probabilidad de bloqueo es  $p_1 = B(7.5,5) \approx 0.45$ 
  - Casi el la mitad de las llamadas no puede ir por la sección directa
  - Eso genera que un 45% del trafico que iba por ahí acabe yendo por C
  - Definimos:  $q_1 = 1-p_1 = 0.55$

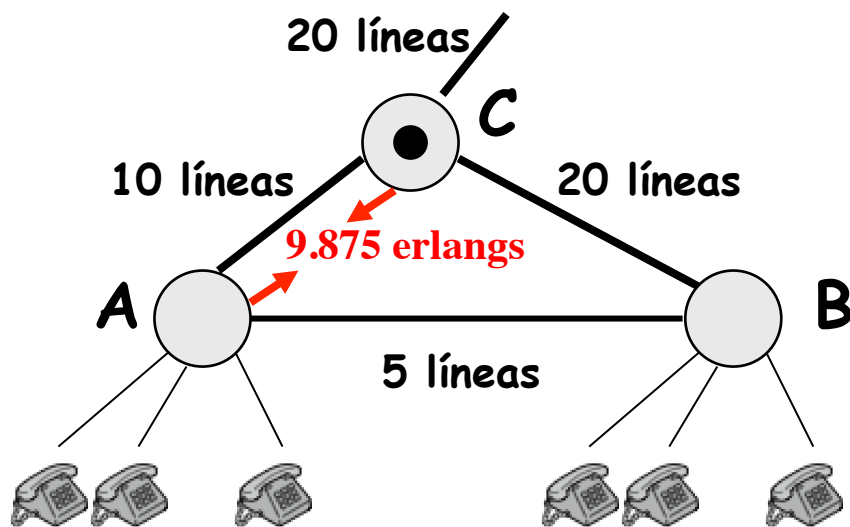


## Demanda en Erlangs

Origen	a A	a B	Al exterior
De A	2	4.5	4.5
De B	3	3.2	5
Exterior	2	2	-

# Ejemplos (2)

- El enlace entre A-C soporta un tráfico de:
  - Llamadas entre A y el exterior:  $4.5 + 2 = 6.5$  Erlangs
  - Llamadas entre A y B que no pueden ir directamente:  $7.5 \times 0.45 = 3.375$  E
  - Total 9.875 Erlangs (aproximamos que es Poisson)
- 10 líneas con 9.875 Erlangs de demanda tienen una probabilidad de bloqueo de  $p_2 = B(9.875, 10) \approx 0.21$  (21%) ( $q_2 = 1 - p_2 = 0.79$ )
- El enlace A-C tiene una probabilidad de bloqueo en torno al 21%

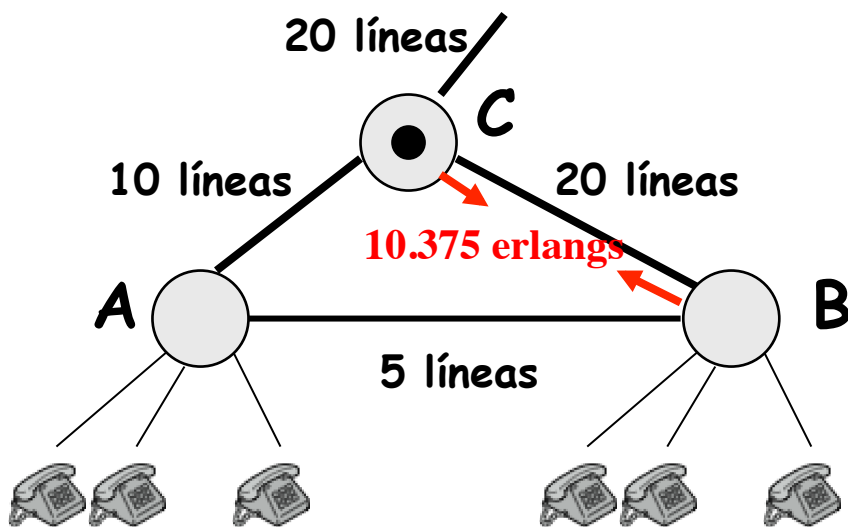


## Demanda en Erlangs

Origen	a A	a B	Al exterior
De A	2	4.5	4.5
De B	3	3.2	5
Exterior	2	2	-

# Ejemplos (2)

- El enlace B-C soporta un tráfico de:
  - Llamadas entre B y el exterior:  $5 + 2 = 7$  Erlangs
  - Llamadas entre A y B que no pueden ir directamente:  $7.5 \times 0.45 = 3.375$  E
  - Total 10.375 Erlangs (aproximamos que es Poisson)
- 20 líneas con 10.375 Erlangs de demanda tienen una probabilidad de bloqueo de  $p_3 = B(10.375, 20) \approx 0.0027$  (0.27%)
- Prácticamente despreciable ( $q_3 = 1 - p_3 \approx 1$  comparado con el resto)



## Demanda en Erlangs

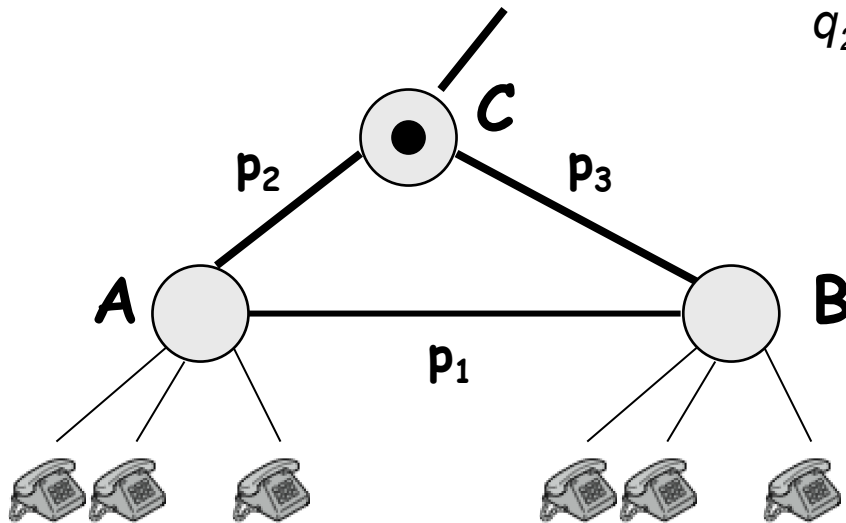
Origen	a A	a B	Al exterior
De A	2	4.5	4.5
De B	3	3.2	5
Exterior	2	2	-

# Ejemplos (2)

- Probabilidades de bloqueo en cada enlace:  $p_1$ ,  $p_2$  y  $p_3$
- Asumimos independencia
- Probabilidad de bloqueo de llamadas entre A y B: que ambos caminos se bloqueen (A-B y A-C-B)
- Probabilidad de que se bloquee el camino A-C-B = probabilidad de que se bloquee al menos uno de los dos (A-C y/o A-C-B) =  $1 - \text{probabilidad de que ninguno de los dos se bloquee}$

$$P_{\text{bloq}}_{A-B} = p_1(1 - (1 - p_2)(1 - p_3)) = p_1(1 - q_2q_3) \approx p_1p_2$$

$$q_2 = 1 - p_2, \quad q_3 = 1 - p_3 \approx 1$$



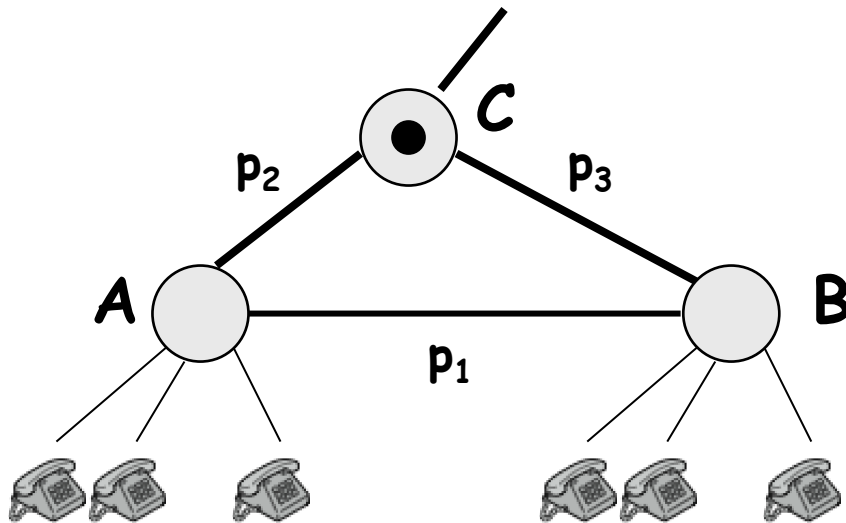
## Demanda en Erlangs

Origen	a A	a B	Al exterior
De A	2	4.5	4.5
De B	3	3.2	5
Exterior	2	2	-



# Ejemplos (2)

- Tráfico cursado por el enlace A-C:
  - Ofrecido a A-C-B (el desbordado de A-B) que es cursado:  $3.375 \times q_2 q_3$
  - + tráfico de A con el exterior que es cursado:  $6.5 \times q_2$
  - =  $3.375 \times (1-0.21)(1-0.0027) + 6.5 \times (1-0.21) = 7.794$  Erlangs

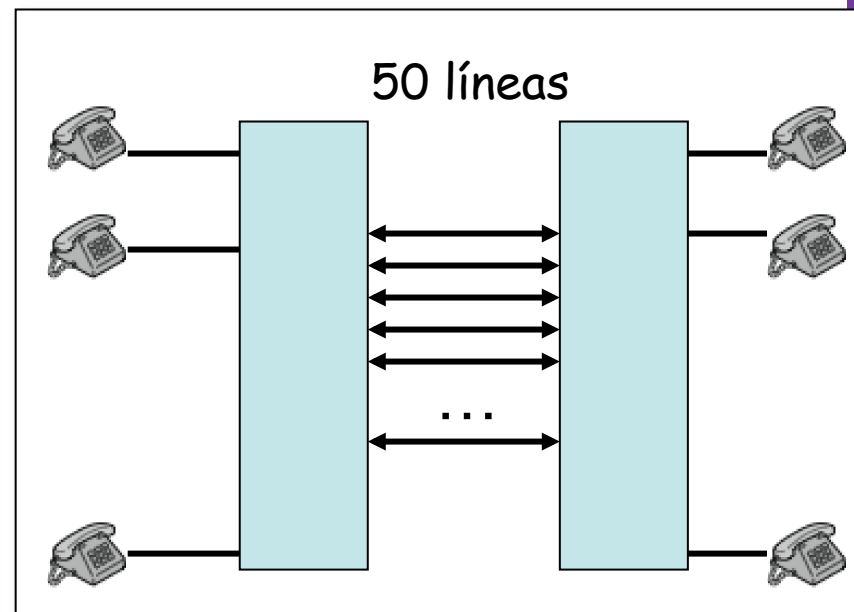
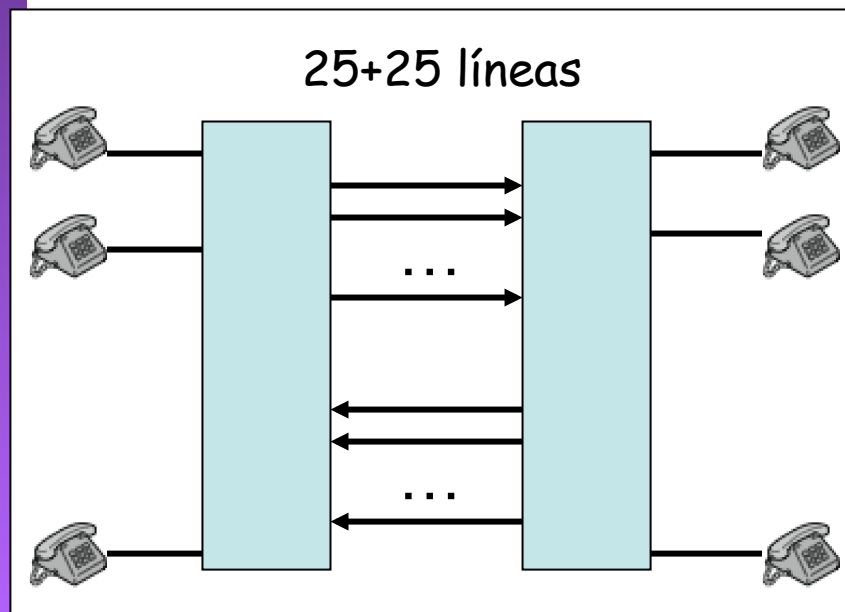


**Demanda en Erlangs**

Origen	a A	a B	Al exterior
De A	2	4.5	4.5
De B	3	3.2	5
Exterior	2	2	-

# Ejemplos (3)

- Entre dos centralitas tenemos la posibilidad de:
  - asignar 25 troncales para llamadas salientes de A y 25 troncales para llamadas entrantes a A
  - O bien asignar las 50 troncales para que se puedan usar indistintamente en llamadas en cualquier dirección
- ¿ Qué es mejor ?



# Ejemplos (3)

- Suponiendo que el tráfico que intenta ir de B a A es el mismo que el de A a B llamémosle  $I$  (pongamos 15 erlangs)

- Probabilidad de bloqueo en el caso 1:

$$P_b(A \rightarrow B) = B(I, 25)$$

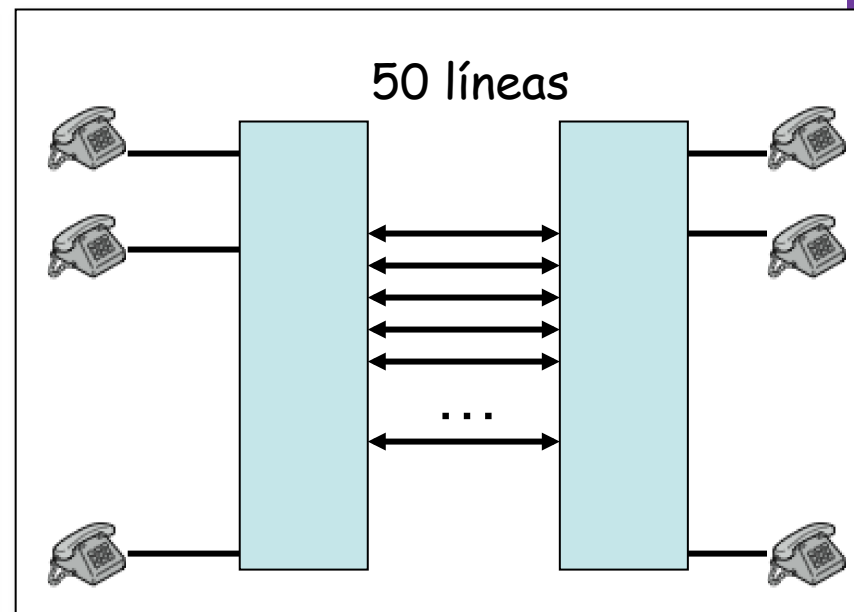
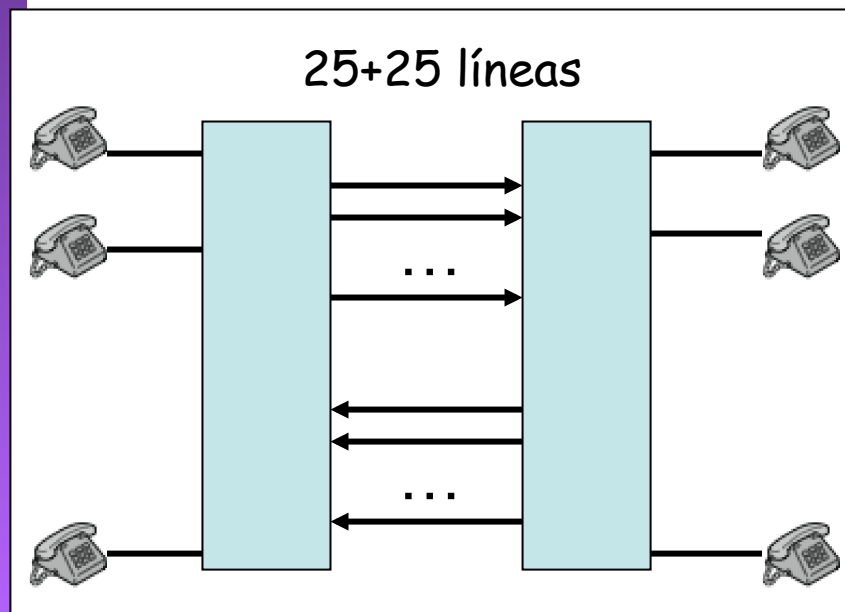
$$P_b(B \rightarrow A) = B(I, 25)$$

$$B(15, 25) = 0.005 \quad 0.5\%$$

- Probabilidad de bloqueo en el caso 2:

$$P_b(\text{cualquier dirección}) = B(I + I, 50)$$

$$B(30, 50) = 0.0002 \quad 0.02\% \quad 20 \text{ veces menos !!!}$$



# Mayor complejidad

- *¿ Qué ocurre si las llamadas se retienen hasta que sean atendidas ?*

Teoría de colas (función C de Erlang)

- *¿ Qué ocurre si tenemos en cuenta que hay un número finito (y conocido) de usuarios ?*

Fórmula de Engset

# Preguntas pendientes

- *¿Y en el caso de conmutación de paquetes?*
  - Teoría de colas
  - Problemas más complicados
  - Peores aproximaciones
  - Mayor número de problemas sin resolver

Redes Sistemas y Servicios (5º curso)

# Resumen

- El tráfico telefónico se modela mediante procesos de llegadas de Poisson y duraciones exponenciales
- La probabilidad de bloqueo se calcula mediante la B de Erlang
- Erlang B sirve aunque los servicios no sean exponenciales siempre que sea i.i.d.
- Las peticiones de usuario individual es probable que no se puedan modelar con un proceso de Poisson
- El múltiplex de un gran número de usuarios independientes sí
- Las peticiones de páginas web son peticiones de usuarios pero la llegada de paquetes implica interacción con la red y protocolos

# Referencias

- Richard A.Thompson, “Telephone switching systems”, Ed. Artech House, capítulo 5
- John C. Bellamy, “Digital Telephony”, Ed. Wiley Interscience, último capítulo