

Conmutación de circuitos

Traffic Analysis

Area de Ingeniería Telemática
<http://www.tlm.unavarra.es>

Arquitectura de Redes, Sistemas y Servicios
3º Ingeniería de Telecomunicación

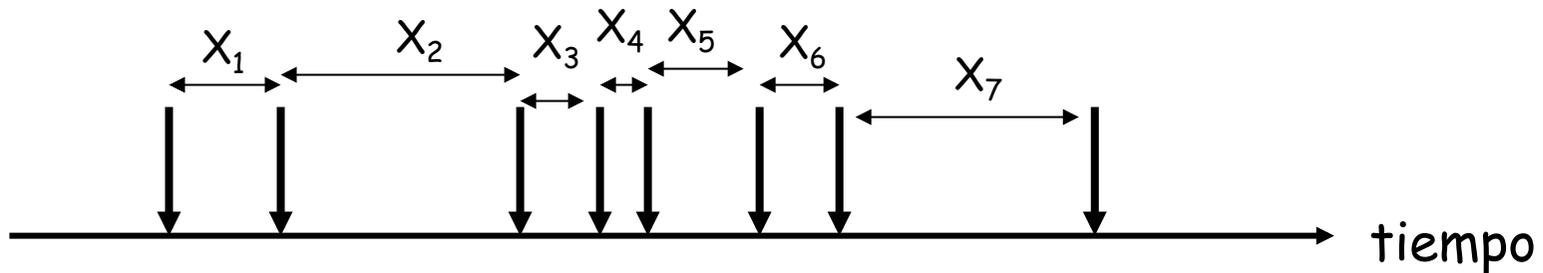
Tiempos entre llegadas

- Se demuestra que: si el número de eventos que ocurren en un intervalo sigue una distribución de Poisson los tiempos entre llegadas de eventos siguen una distribución exponencial
- El tiempo entre llegadas sigue una v.a. exponencial de parámetro λ
- X_i variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d.) ('X')

$$p_X(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (t > 0)$$

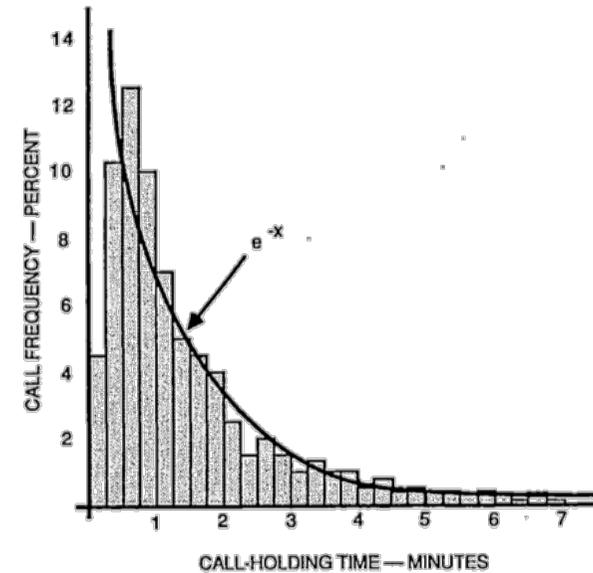
$$P[X < t] = 1 - e^{-\lambda t}$$

- Media: $E[X] = \int_0^{\infty} t \lambda e^{-\lambda t} = 1/\lambda$
- Tiempo medio entre llegadas $1/\lambda \Rightarrow$ en media λ llegadas por segundo



Tiempo de ocupación

- Duración de las llamadas
- Lo más simple: tiempo constante
 - Poco realista para llamadas
 - Actividades automáticas: reproducción de mensajes, procesado de señalización, etc.
- Tiempo exponencial
 - Variables aleatorias (continuas) 's_i'
 - i.i.d. ('s')
 - Tiempos menores de la media muy comunes
 - Cada vez menos comunes tiempos mayores que la media
 - Propiedad: el tiempo restante de una llamada es independiente de lo que haya durado hasta ahora
- Duración exponencial: 's' caracterizada por su función de densidad



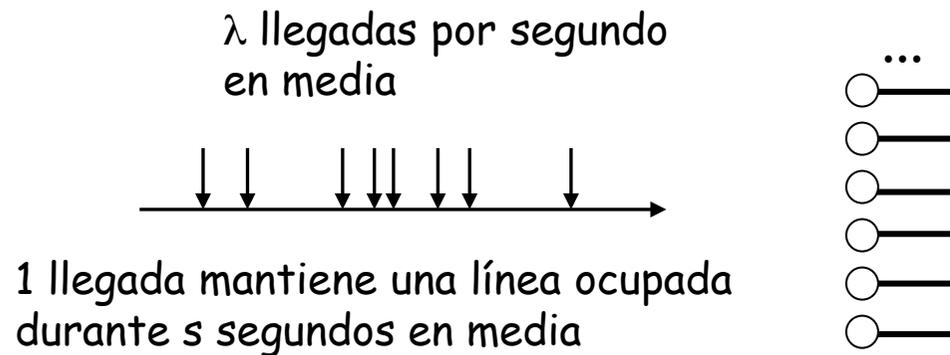
$$p_s(t) = \mu e^{-\mu t} \quad (t > 0)$$

$$\int_0^{\infty} \mu e^{-\mu t} dt = 1 \quad \text{es una fdp}$$

$$\bar{s} = E[s] = \frac{1}{\mu}$$

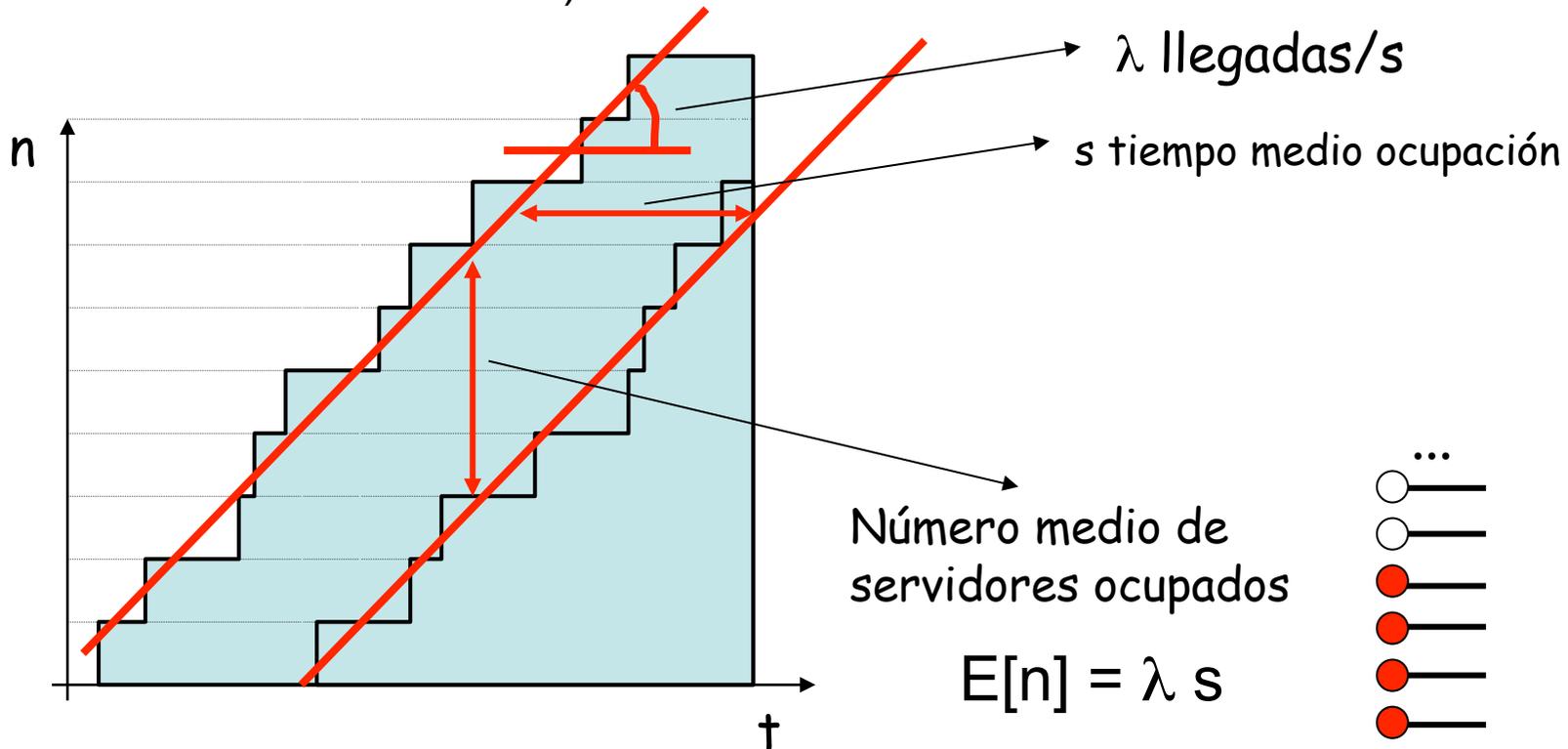
Intensidad de trafico

- Infinitas líneas
- Llamadas que se generan con una tasa media λ
- Tiempo medio de duración s
- ¿ Intensidad de tráfico que representan ?



Intensidad de trafico

- $E[n] = \lambda s$
- Esto es conocido como la Fórmula de Little
- λs
 - Es el tráfico medido en Erlangs
 - Equivalente al número de recursos que se ocuparían en el sistema con esa carga si el sistema tuviera infinitos recursos (condiciones de servicio ideales)



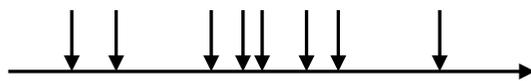
Número de líneas ocupadas

- Hipótesis:
 - Llamadas proceso de **Poisson** con tasa λ
 - Solicitudes de servicio de duración **constante** 's'
- ¿ Número de líneas ocupadas en un instante cualquiera ?
 - Es una variable aleatoria
 - La probabilidad de que 'j' líneas estén ocupadas en un instante es la probabilidad de 'j' llegadas en el intervalo previo de duración 's'
 - Depende solo de la intensidad de tráfico λs , que es la media de esta variable ($A = \lambda s$)
 - Resulta ser válido independiente de la distribución de 's' (sin demostración)

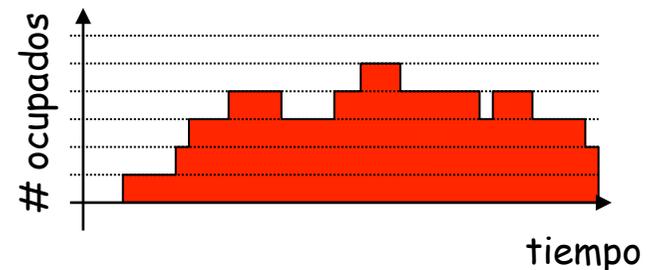
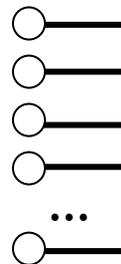
Intensidad de tráfico

$$P_{\lambda s}[N = j] = \frac{(\lambda s)^j}{j!} e^{-\lambda s}$$

λ Llegadas
 por segundo



1 llegada mantiene una línea ocupada
 durante s segundos

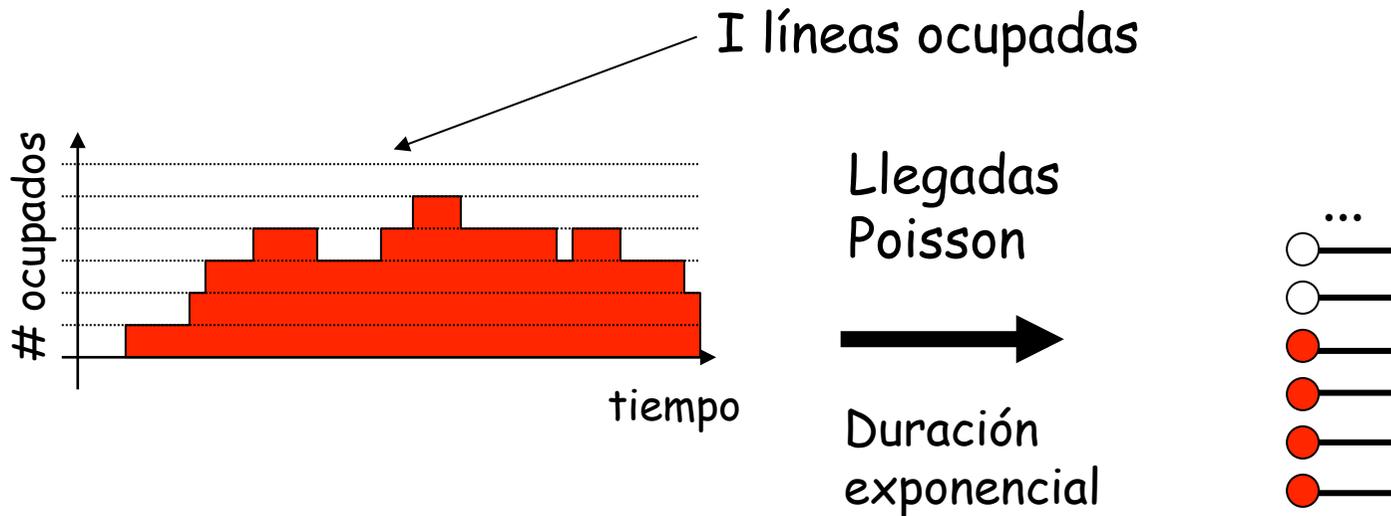


Recursos finitos

- Normalmente dispondremos de recursos finitos (capacidad)
- Problemas de interés
 - ¿Cuál es la probabilidad de que una llamada encuentre el sistema ocupado ?
 - ¿Cuál es el número de líneas necesarias para una probabilidad objetivo ?
 - ¿Cuál es el tráfico que atraviesa ese sistema y forma la carga del siguiente sistema ?

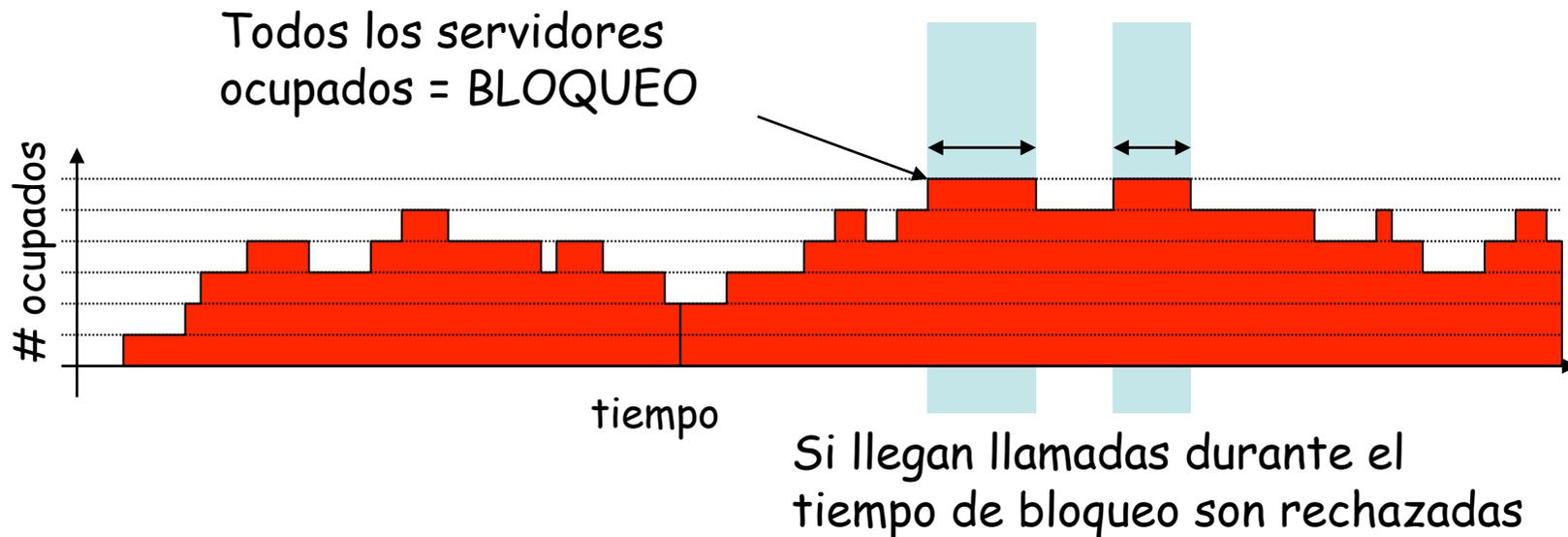
Probabilidad de bloqueo

- Llegadas según proceso de Poisson de tasa λ
- Duración exponencial de media s
- Variable aleatoria (o más bien proceso aleatorio)
 - I número de servidores ocupados en cada instante de tiempo
 - La intensidad de tráfico es $E[I] = A = \lambda s$



Probabilidad de bloqueo

- Cuando la variable I toma valor = número de servidores el sistema está en BLOQUEO
- ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema esté en situación de bloqueo ?



Probabilidad de bloqueo

- En un sistema con
 - Llegadas Poisson(λ)
 - Duraciones Exp($1/s$)
 - Tráfico de entrada $A = \lambda s$
 - k servidores
 - Las llamadas que llegan al sistema bloqueado se pierden
 - Probabilidad de bloqueo: ¿Cuál es $P[I=n]$? (...)
- $P[I=n] = B(a,k)$
- $B(a,k)$ es conocida como función B de Erlang (o ErlangB)

B de Erlang

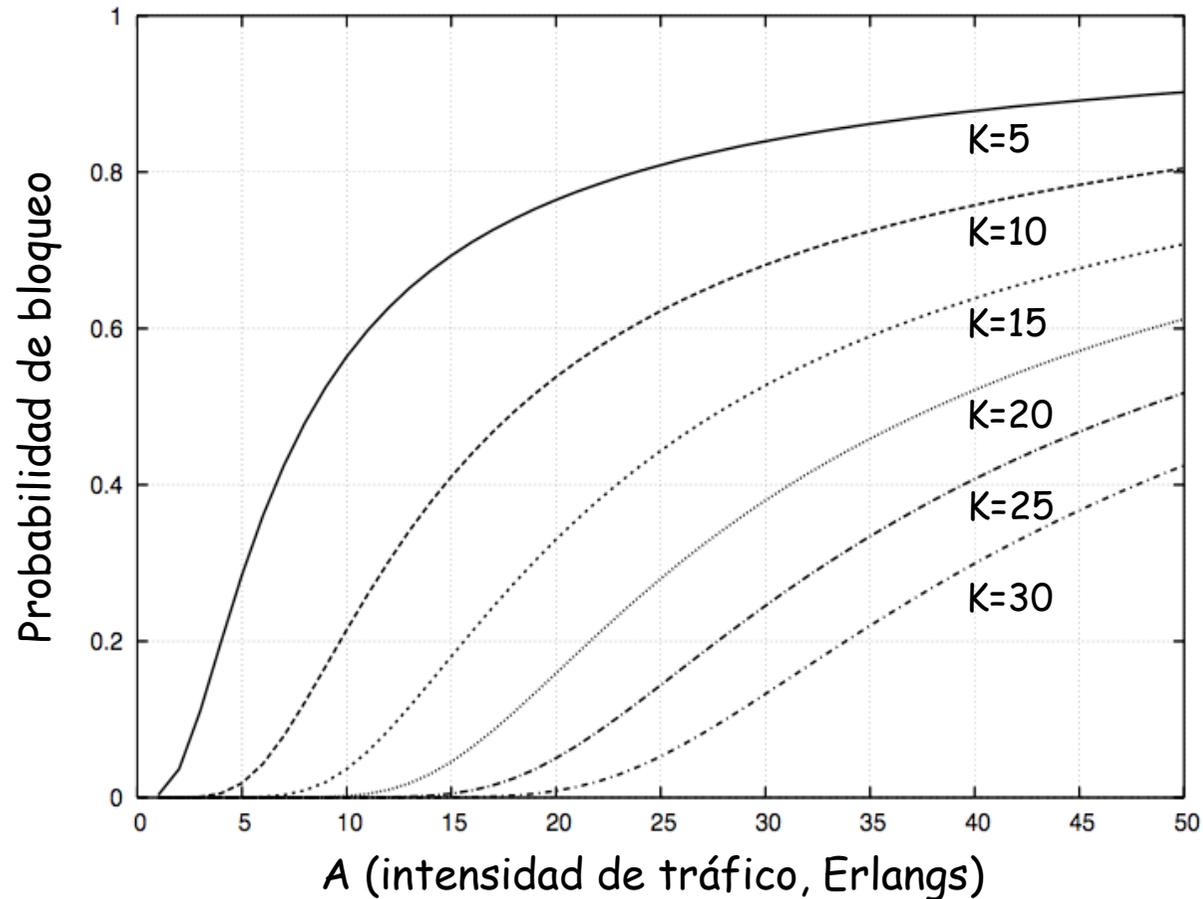
- Fórmula:

$$B(A,k) = \frac{A^k}{k!} \sum_{i=0}^k \frac{A^i}{i!}$$

- Cálculo recursivo:

$$B(A,0) = 1$$

$$B(A,j) = \frac{A \cdot B(A,j-1)}{A \cdot B(A,j-1) + j}$$



Tráfico cursado

- Si un conjunto k de líneas tiene un tráfico ofrecido de I Erlangs y una probabilidad de bloqueo, ¿cuánto tráfico atraviesa las líneas?

Esto será el **tráfico cursado** y será a su vez el tráfico ofrecido al siguiente sistema al que lleguen las líneas

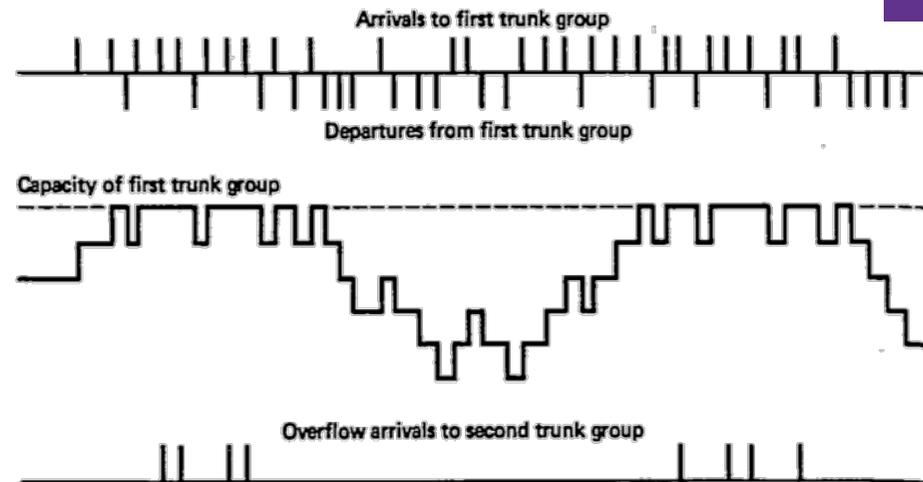
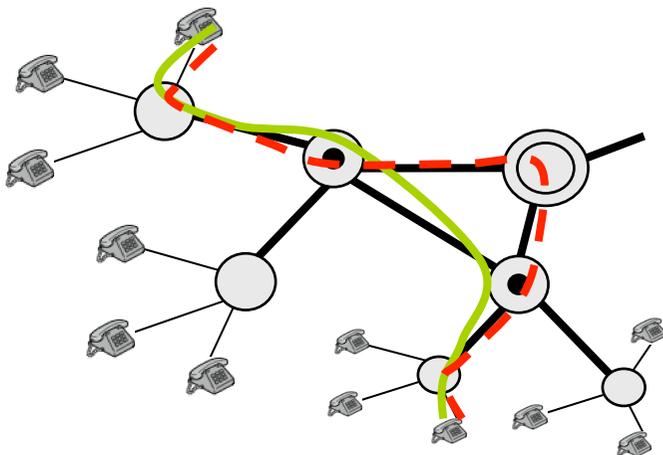
$$I_c = I_{in} (1 - P_b) = I_{in} (1 - B(I_{in}, k))$$

I_c : tráfico cursado

I_{in} : tráfico ofrecido o de entrada

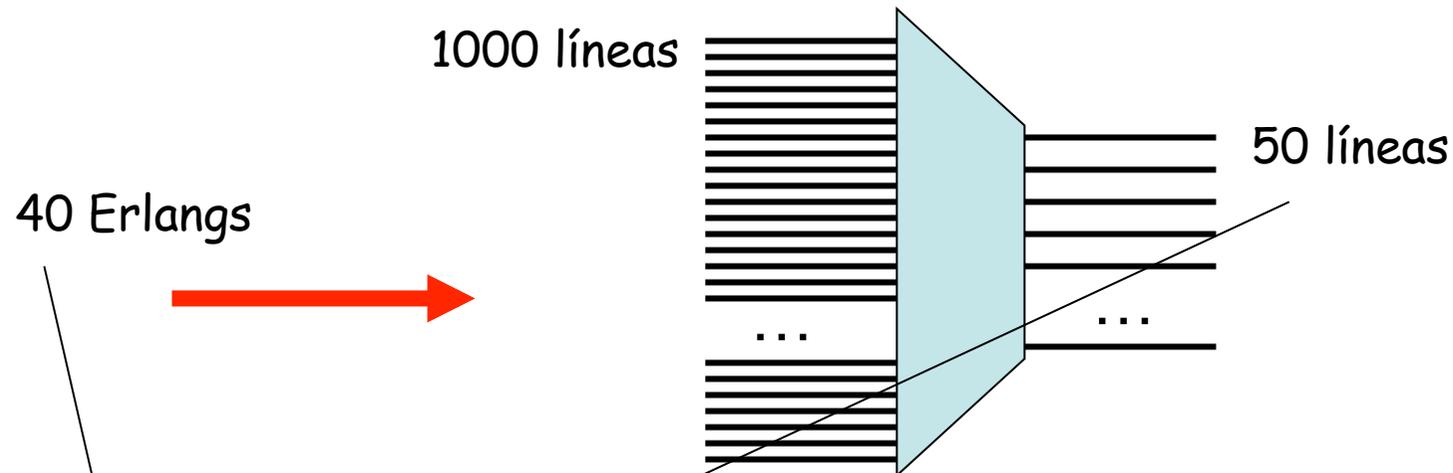
Tráfico de desbordamiento

- No puede ser cursado por el camino principal (por bloqueo)
- Se “desborda” (overflow) a una ruta secundaria
- Un proceso de Poisson del que se eliminan aleatoriamente (iid) muestras con probabilidad p sigue siendo un proceso de Poisson, pero con menor tasa ($p\lambda$)
- En nuestro caso las llamadas desbordadas suelen ir en bloques
- Eso da mayores probabilidades de bloqueo que con un proceso de Poisson de igual media
- Se aproxima con un proceso de Poisson de mayor tasa
- (En los problemas en caso de no disponer de las tablas emplearemos Poisson de igual tasa, aunque esto es subdimensionar)



Ejemplos (1)

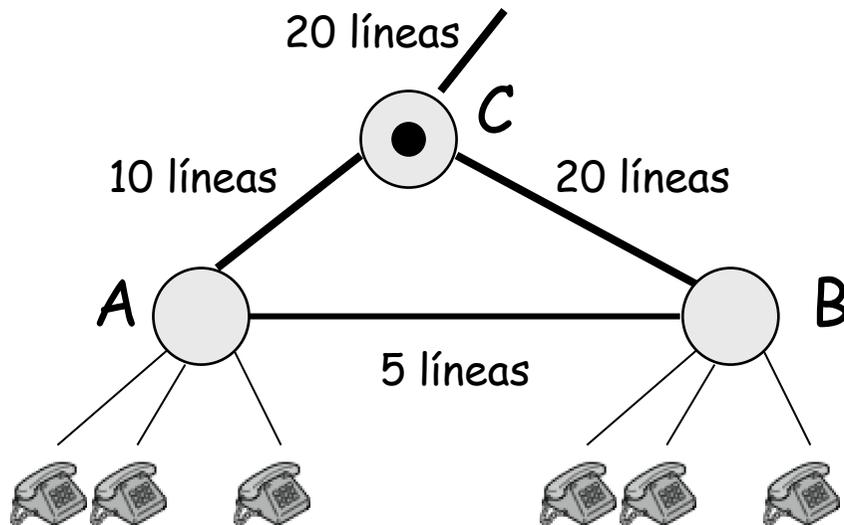
- 1000 líneas llegan a un concentrador que selecciona 50 para entrar a una centralita
- Los usuarios generan un tráfico de 40 Erlangs
- ¿Cuál es la probabilidad de bloqueo ?



- La probabilidad de bloqueo es
 $P_b = B(40, 50) = 0.0187$ casi un 2%

Ejemplos (2)

- En la centralita A de la figura las llamadas con destino a B se encaminan si es posible por el enlace directo a B y en caso de estar ocupado a través de la central primaria
- ¿Cuál es el tráfico que cursa el enlace A-C y cuál es la probabilidad de bloqueo de una llamada de un abonado de A a uno de B ?



Demanda en Erlangs

Origen	a A	a B	Al exterior
De A	2	4.5	4.5
De B	3	3.2	5
Exterior	2	2	-

Mayor complejidad

- *¿ Qué ocurre si las llamadas se retienen hasta que sean atendidas ?*

Teoría de colas (función C de Erlang)

- *¿ Qué ocurre si tenemos en cuenta que hay un número finito (y conocido) de usuarios ?*

Fórmula de Engset

Preguntas pendientes

- *¿Y en el caso de conmutación de paquetes?*
 - Teoría de colas
 - Problemas más complicados
 - Peores aproximaciones
 - Mayor número de problemas sin resolver

Redes Sistemas y Servicios (5º curso)

Conclusiones

- El tráfico telefónico se modela mediante procesos de llegadas de Poisson y duraciones exponenciales
- La probabilidad de bloqueo se calcula mediante la B de Erlang

Referencias

- Richard A. Thompson, “Telephone switching systems”, Ed. Artech House, capítulo 5
- John C. Bellamy, “Digital Telephony”, Ed. Wiley Interscience, último capítulo