

Conmutación de circuitos

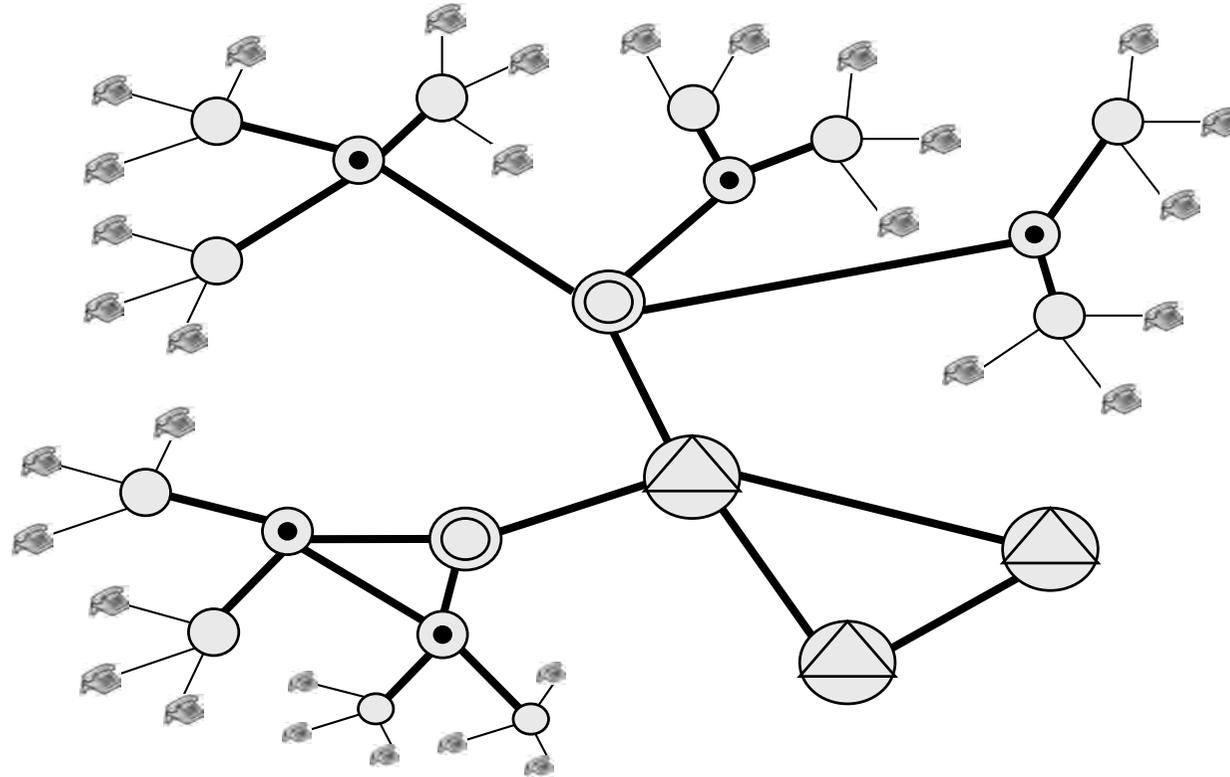
Traffic Analysis

Area de Ingeniería Telemática
<http://www.tlm.unavarra.es>

Arquitectura de Redes, Sistemas y Servicios
3º Ingeniería de Telecomunicación

Hemos visto

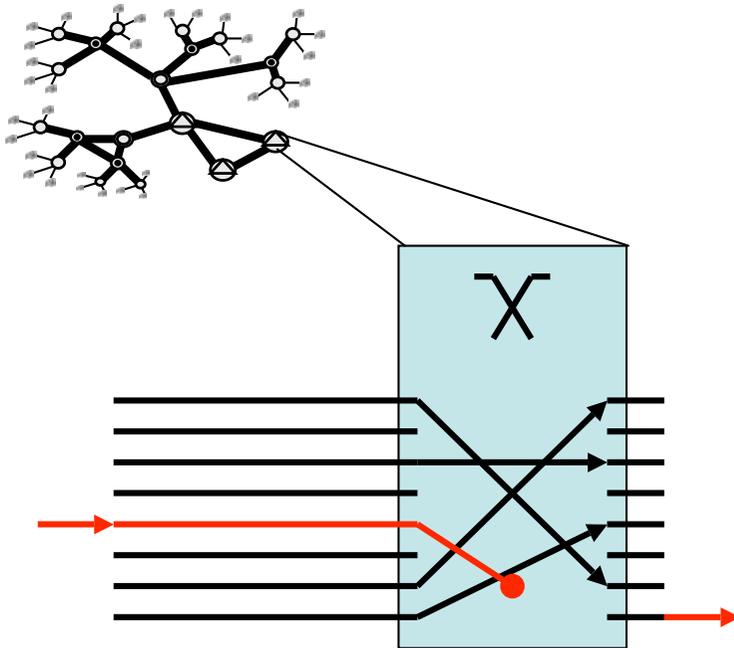
- Arquitectura de la red telefónica



Hemos visto

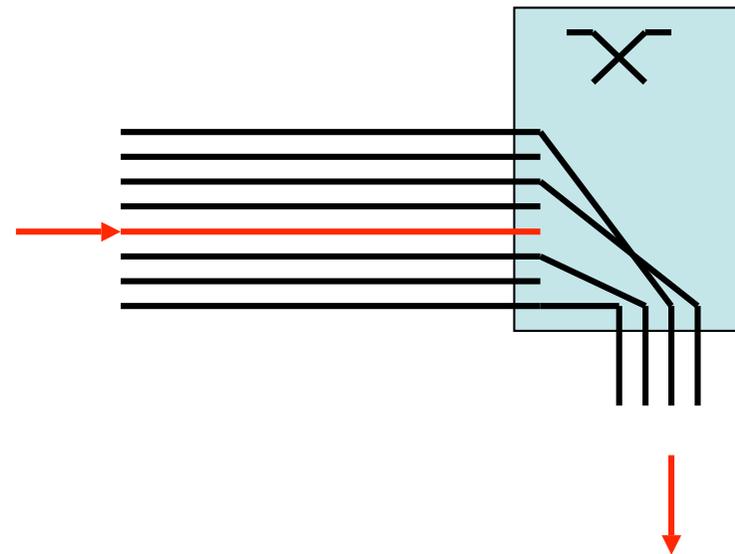
Bloqueo interno

- El conmutador no tiene recursos para hacer llegar un circuito de la entrada a la salida



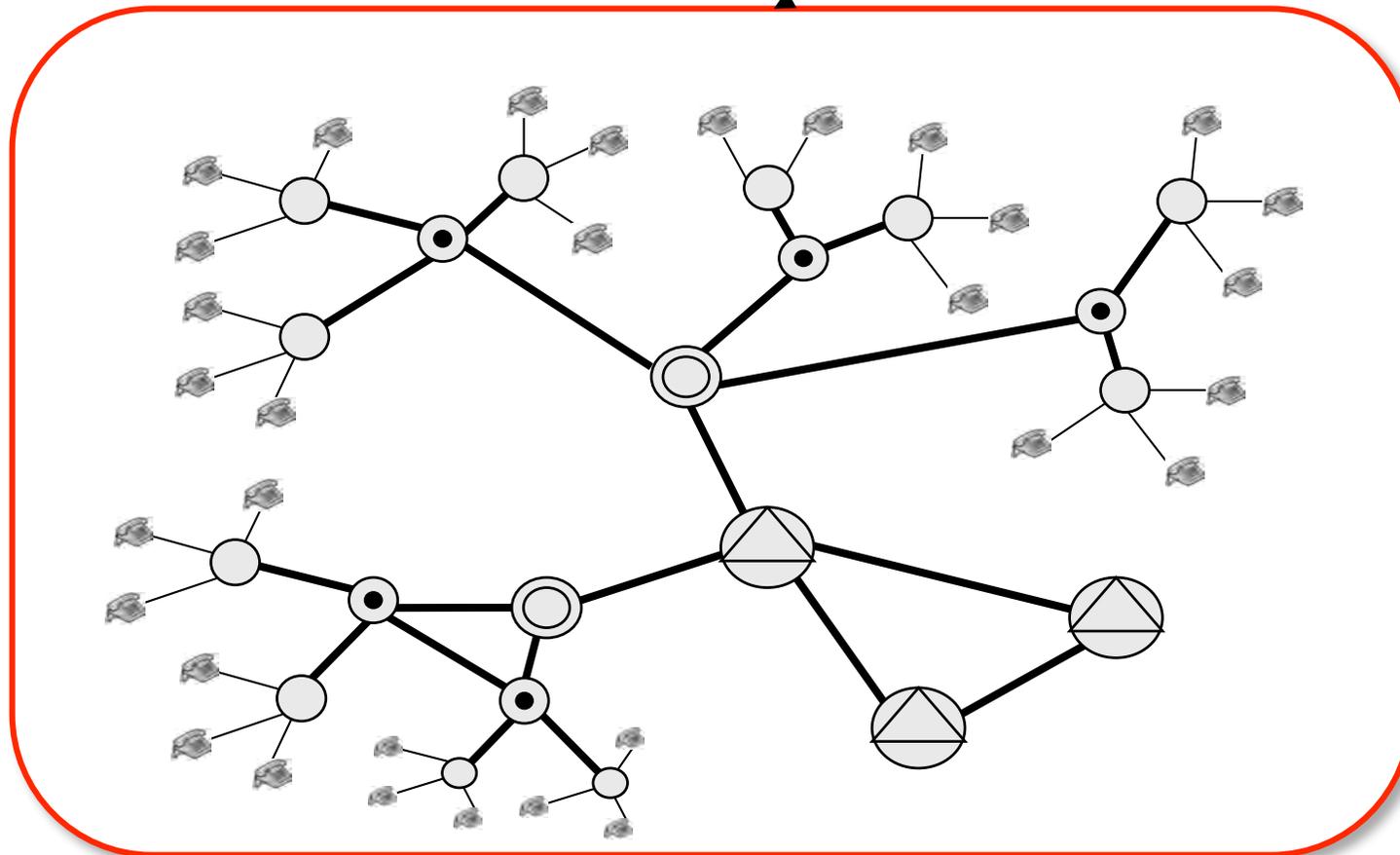
Bloqueo externo

- El conmutador no tiene suficientes recursos de salida para cursar una nueva llamada



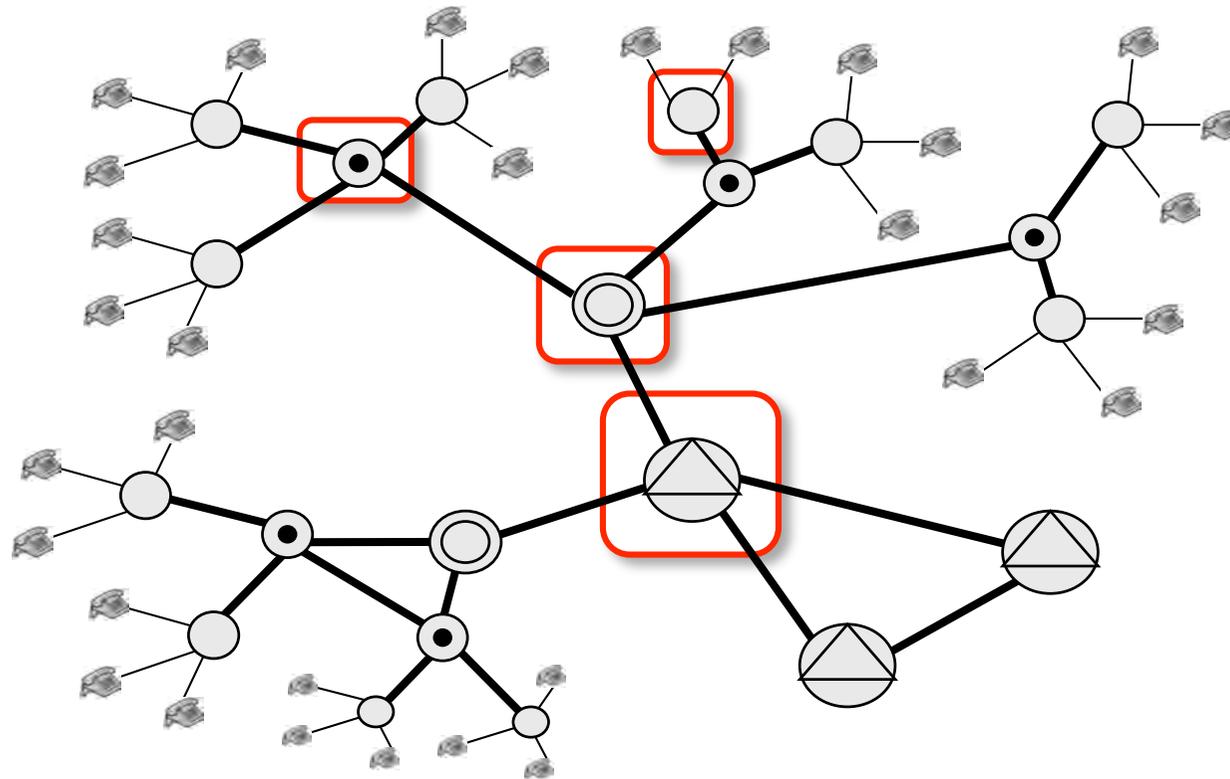
Objetivo: Diseño

- Normalmente el equipamiento asume que no todos los usuarios requerirán servicio al mismo tiempo
- Diseñar la red (topología)



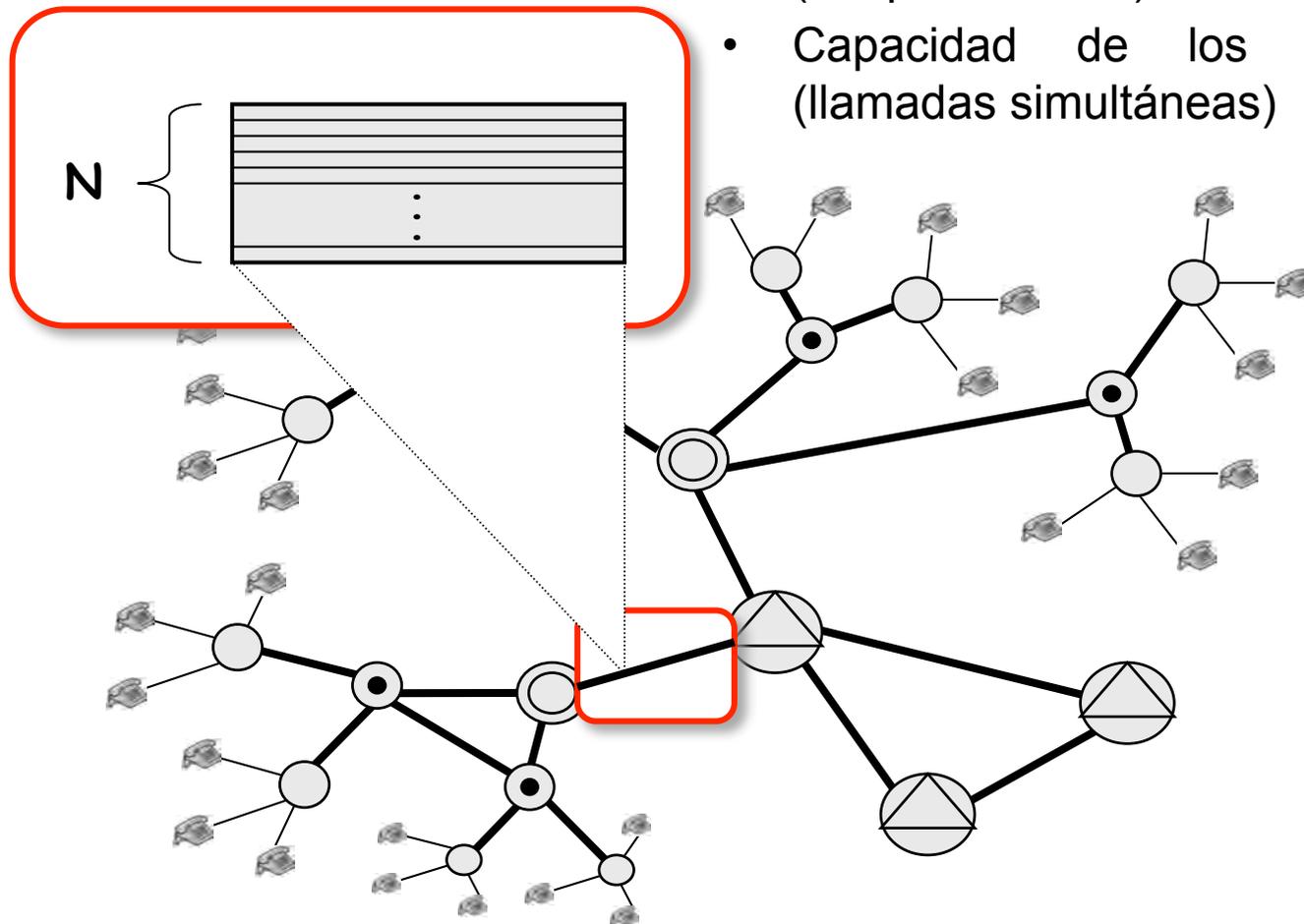
Objetivo: Diseño

- Normalmente el equipamiento asume que no todos los usuarios requerirán servicio al mismo tiempo
- Diseñar la red (topología)
- Capacidad de conmutación interna de las centrales (bloqueo interno)



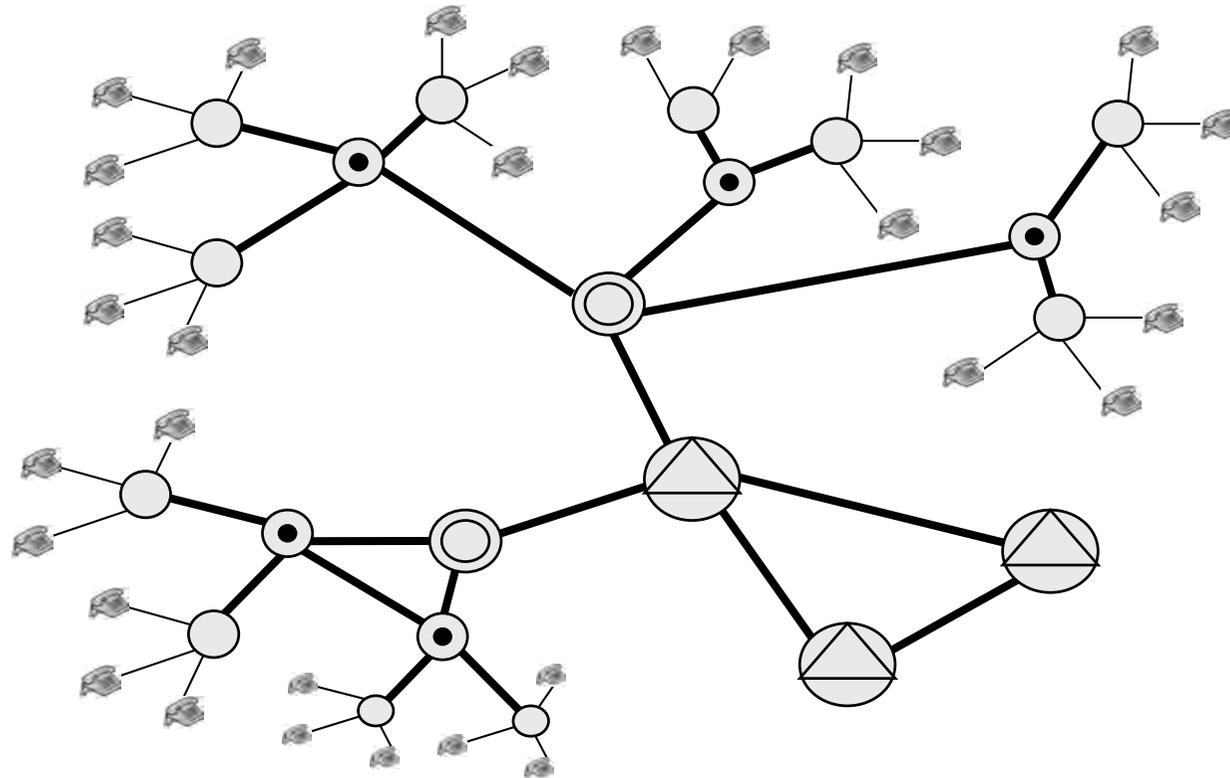
Objetivo: Diseño

- Normalmente el equipamiento asume que no todos los usuarios requerirán servicio al mismo tiempo
- Diseñar la red (topología)
- Capacidad de conmutación interna de las centrales (bloqueo interno)
- Capacidad de los enlaces (llamadas simultáneas)



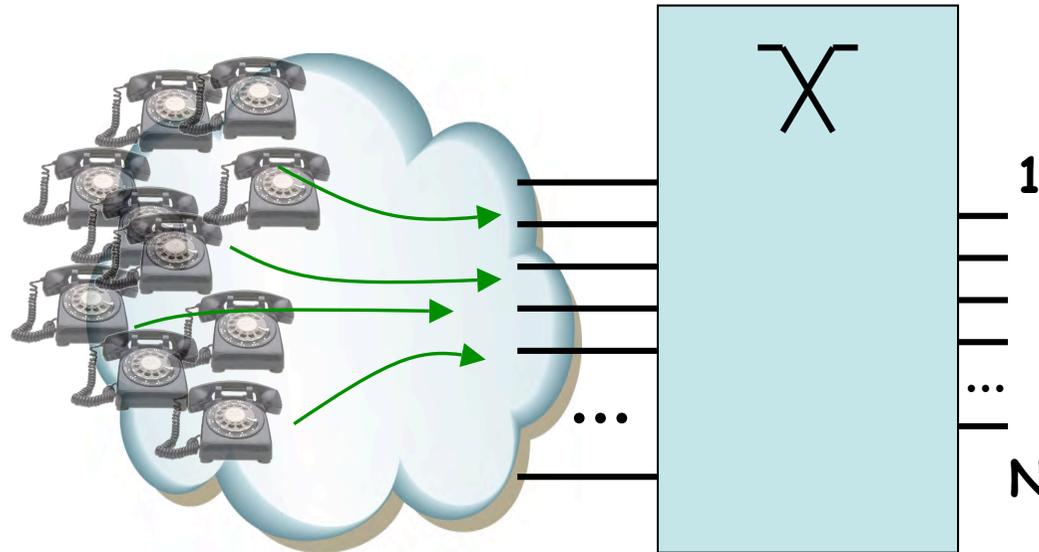
Objetivo: Diseño

- Normalmente el equipamiento asume que no todos los usuarios requerirán servicio al mismo tiempo
- Objetivos de calidad (ej: número de llamadas que no se pueden cursar)



Problema tipo a resolver

- Conmutador con líneas de entrada y de salida
- Entradas usuarios finales o troncales: lo que nos importará es la cantidad de llamadas que llegan al conmutador
- Salidas troncales (máximo N llamadas simultáneas salen)
- Decidir N para poder cursar las llamadas con una probabilidad de bloqueo objetivo
- o decidir la cantidad de llamadas que puede cursar para un N



Definiciones

Capacidad

- Recursos de un sistema para dar un servicio, número de líneas de salida...
- Ej: nuestra centralita tiene 5 líneas para llamadas salientes

Carga (Intensidad de tráfico)

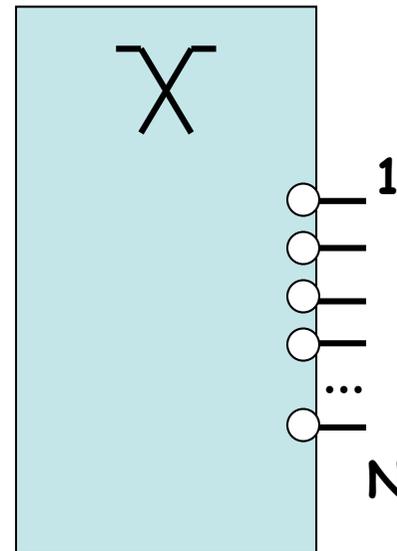
- Cantidad de servicio demandada al sistema, medida como cantidad de recursos necesarios en un determinado momento
- Ej: nuestra centralita tiene en media 3.2 llamadas salientes

Calidad de servicio

- Medida del servicio obtenido del sistema
- Ej: nuestra centralita con las líneas de entrada que tenemos y la carga típica que soporta pierde menos del 0.1% de las llamadas

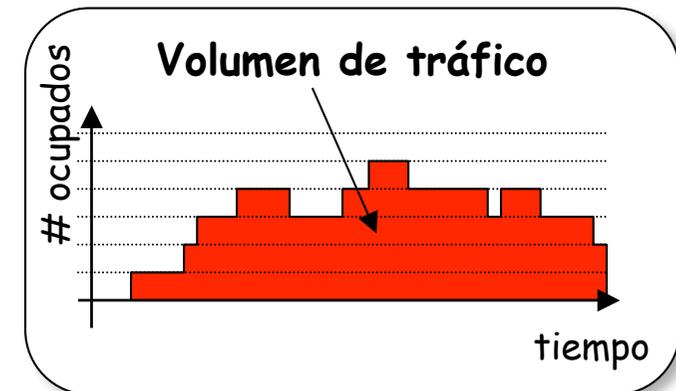
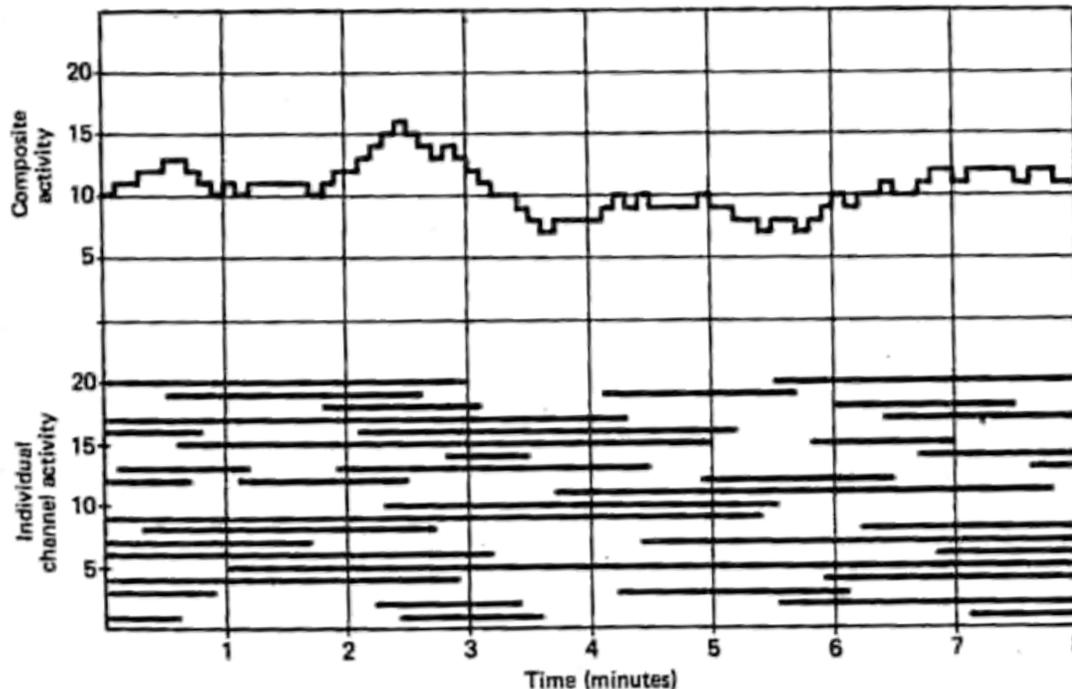
Capacidad

- Medida de la habilidad del sistema para proporcionar servicio
- Típicamente se mide como el número de servidores (líneas de salida, puertos de un conmutador...)
- Variable de diseño del sistema
- Proporcional al coste
 - Más capacidad = más coste y más calidad de servicio



Carga o Tráfico

- Medida de la demanda de servicio al sistema
- Agregación de todas las peticiones de servicio de los usuarios
- = recursos en uso del sistema bajo condiciones de servicio ideales
- **Variable aleatoria**
 - Peticiones de servicio llegan de forma aleatoria
 - Solicitan servicio durante una cantidad de tiempo no predecible
- Volumen de tráfico: suma de las duraciones de los servicios



Carga o Tráfico

- Depende de
 - Número de usuarios (n)
 - Tasa a la que generan llamadas (λ_i)
 - Duración de las llamadas (s)
- El servidor no distingue el efecto del n o de λ_i
 - Ej: 600 usuarios, cada uno con una petición por hora, es equivalente a 10 usuarios con una petición por minuto cada uno
- Se reduce a:
 - Tasa de generación de llamadas de todos los usuarios (λ)
 - Duración de las llamadas (s)
- El primer paso del análisis de tráfico es la caracterización de las llegadas de peticiones y la duración de las mismas

Medida del Tráfico

- Intensidad de tráfico

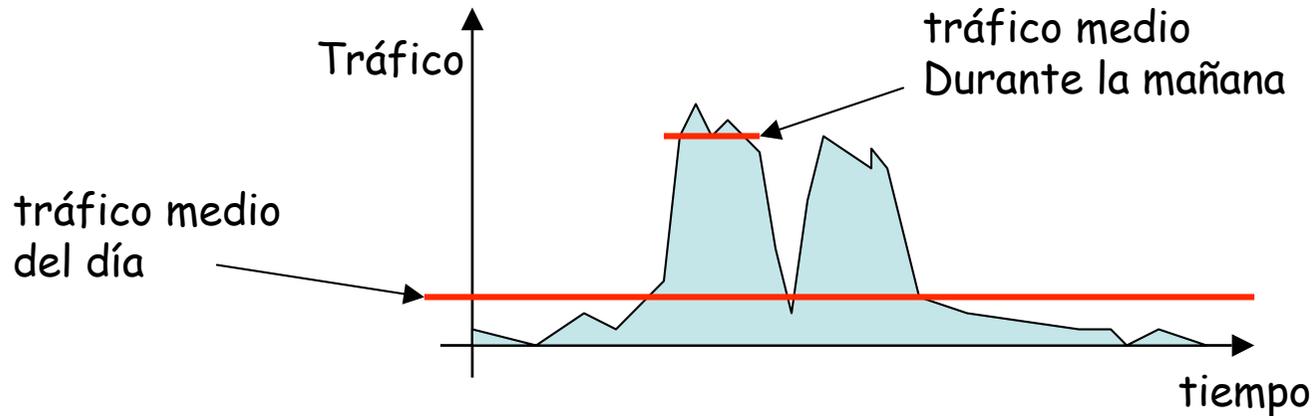
$$I = \frac{\text{Volumen de tráfico}}{\text{Tiempo de observación}} = \frac{\text{Tiempo acumulado de ocupación}}{\text{Tiempo de observación}}$$



- Sin unidades físicas. Se mide en *Erlangs* (*Agner Krarup Erlang 1878-1929*)
- **1 Erlang** = el tráfico que mantiene ocupada completamente una línea durante el tiempo de observación
- Ejemplo:
 - 600 usuarios, cada uno en media hace 1 llamada por hora
 - El tiempo medio de duración de las llamadas es de 3 minutos
 - ¿Cuanto tráfico representan?
 - Tiempo observación: 60 minutos
 - T. acumulado de ocupación : 600llamadas x 3minutos/llamada = 1800min
 - 1800/60 = 30 Erlangs

Medida del Tráfico

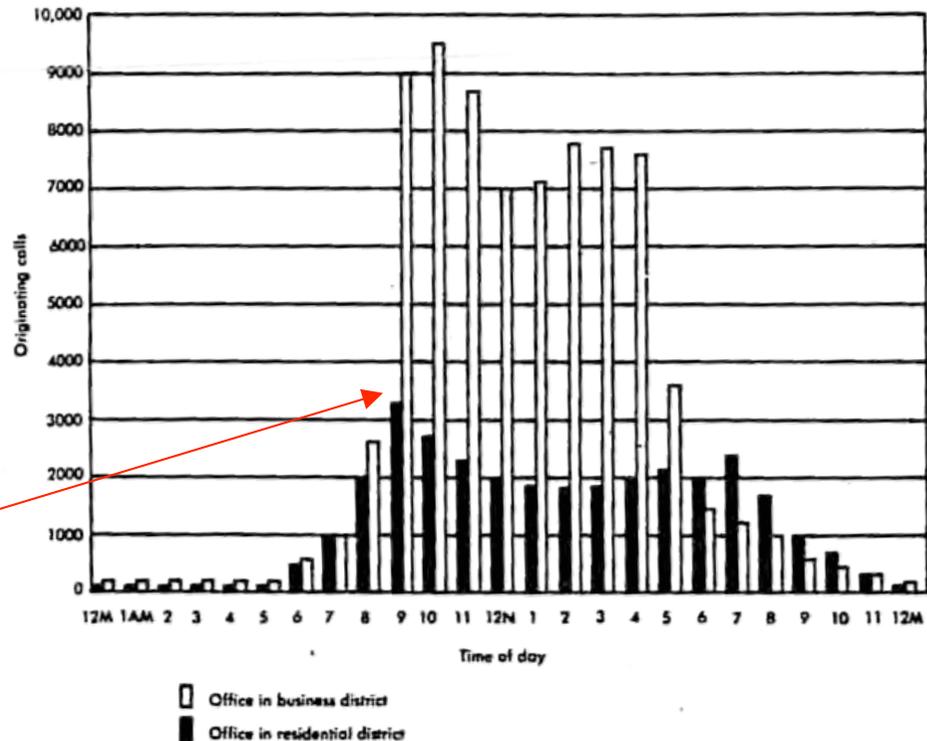
- Normalmente la intensidad del tráfico varía con el tiempo (no es un proceso estocástico estacionario) pero se puede considerar estable en un tiempo limitado



- En telefonía se caracteriza por horas
- Varía entre meses, entre días y entre horas del mismo día (y dentro de la hora)
- Suele haber patrones semanales
- Días de fiesta, el clima, etc. afectan al patrón

Hora cargada (“busy hour”)

- Periodo de 60 minutos consecutivos durante los cuales el volumen de tráfico es máximo
- Los análisis para dimensionamiento de equipos se efectúan siempre sobre la **hora cargada**
- Para determinarla se toman medidas en **intervalos de 15min** y entonces es el periodo de tiempo de 4 intervalos consecutivos con mayor volumen de tráfico
- Se calcula la hora cargada en un periodo largo (unas semanas) en la época del año de mayor tráfico
- Diferentes patrones usuarios residenciales y empresariales
- No es el volumen de tráfico mayor del año (nochevieja, día de la madre,...) pues llevaría a un sobredimensionamiento para la mayor parte del tiempo
- 1 teléfono en hora cargada approx. 0.05-0.1E y 3-4min duración

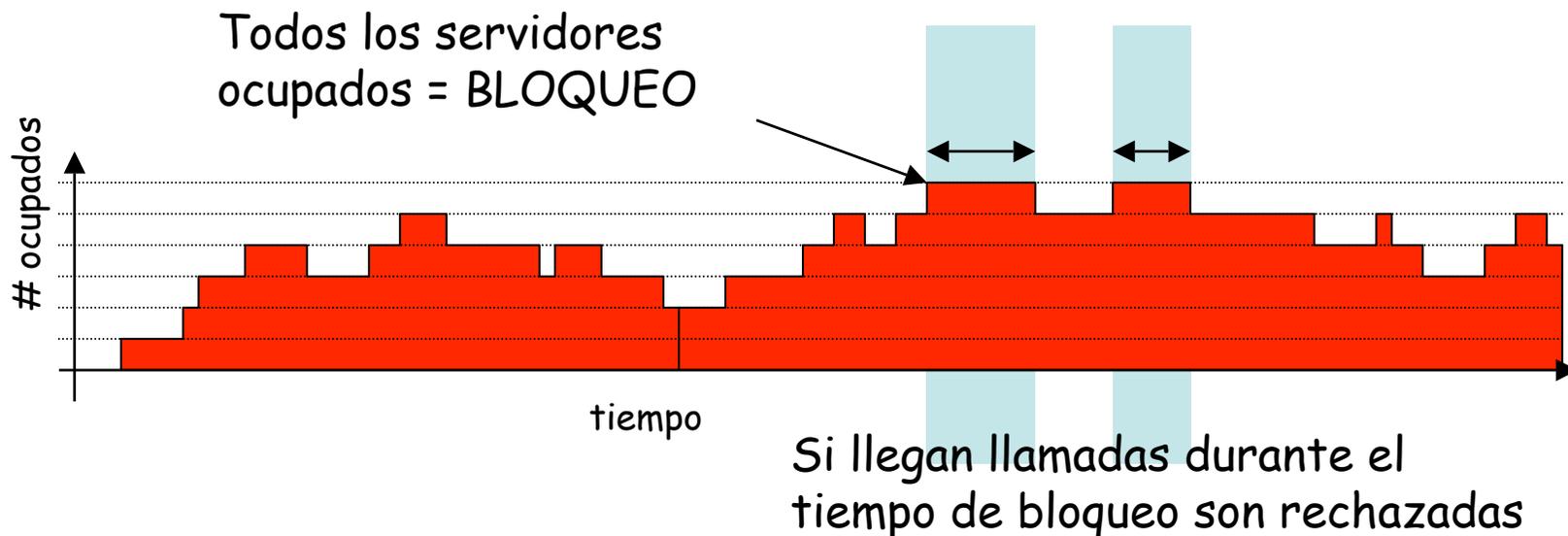


Calidad de servicio

- Medida de la bondad del servicio proporcionado
- En telefonía:
 - Probabilidad de bloqueo = probabilidad de que el sistema no pueda aceptar una llamada entrante.
- En ese caso:
 - Se descarta: La llamada es rechazada y el usuario a veces no puede hacer una llamada → Menos calidad de servicio (*congestion theory*)
 - Se hace esperar la llamada hasta que se libere un servidor: El usuario a veces ve que sus llamadas tardan más en establecerse → Menos calidad de servicio (*queueing theory*)
- Requisito de diseño del sistema: probabilidad de bloqueo objetivo y dimensionar la capacidad para conseguirla
- Se suele distinguir:
 - Sistema en **situación de Bloqueo**
Todos los recursos están ocupados y una llamada nueva que llegue será rechazada
 - Sistema en **situación de Congestión**
Se han empezado a rechazar llamadas

Tráfico ofrecido vs cursado

- Tráfico ofrecido: el tráfico total que sería cursado por una red que pudiera dar servicio a todas las peticiones
- Diseño (por economía) hace que en ciertas situaciones no se pueda cursar todo el tráfico (llamadas bloqueadas)
- Asumiremos que las llamadas bloqueadas se “pierden” (no hay reintento)
- El tráfico cursado es siempre menor o igual al ofrecido

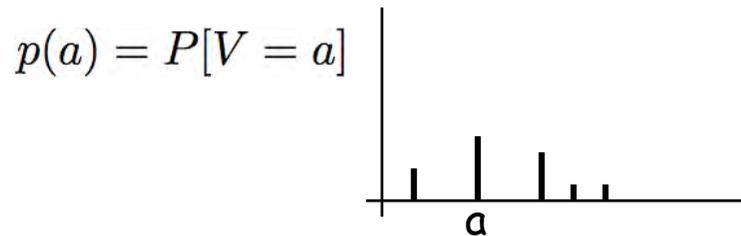


Modelando la carga

Variable aleatoria (V)

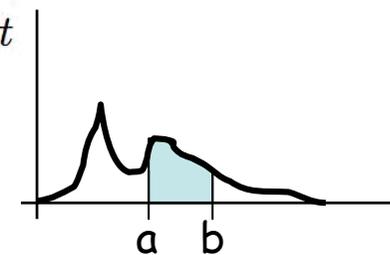
- No tiene un valor sino que describe el resultado de un experimento aleatorio
- Se caracteriza por la descripción de los posibles resultados que puede tomar en términos de probabilidad
- **Función de densidad de probabilidad**

Variable discreta



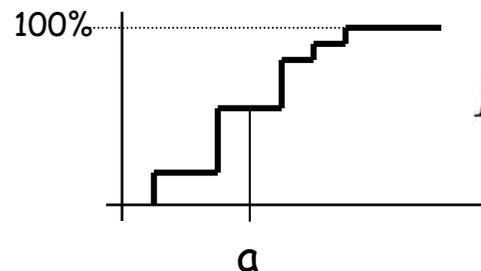
$$P[a < V < b] = \int_a^b p(t) dt$$

Variable continua



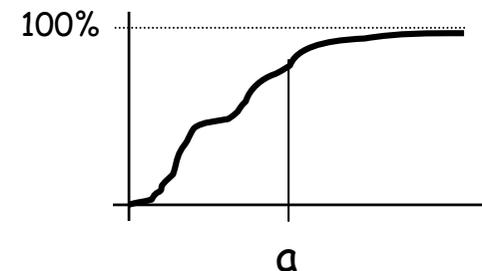
- **Función de distribución**

Variable discreta



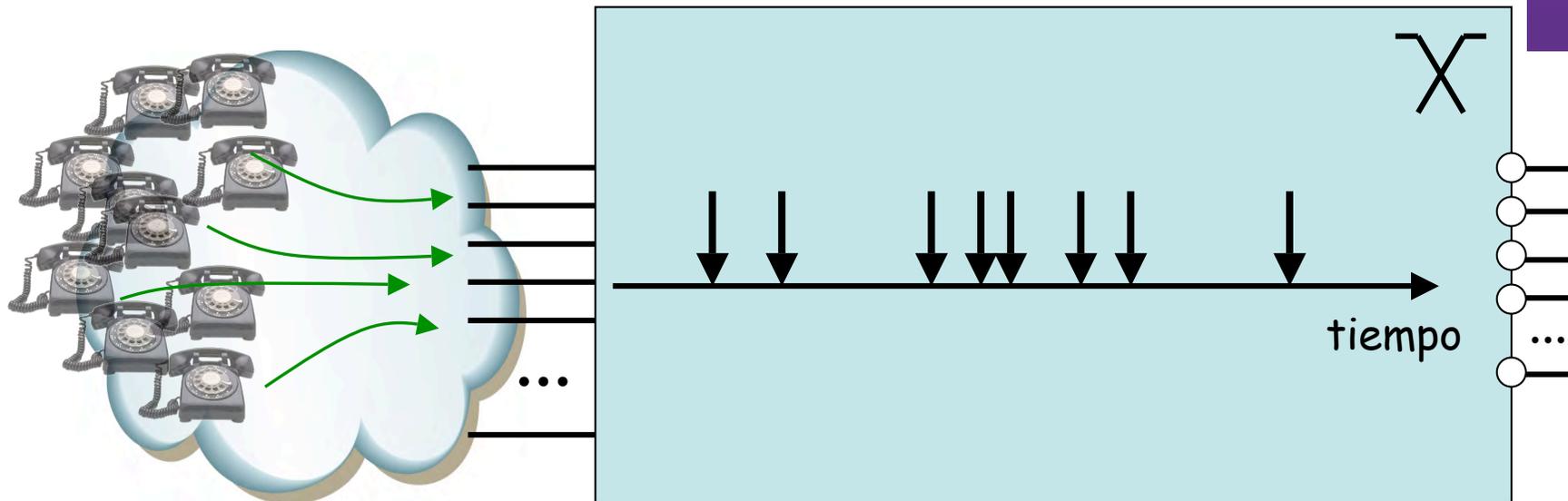
$$P[V \leq a] = F(a)$$

Variable continua



Proceso de llegadas

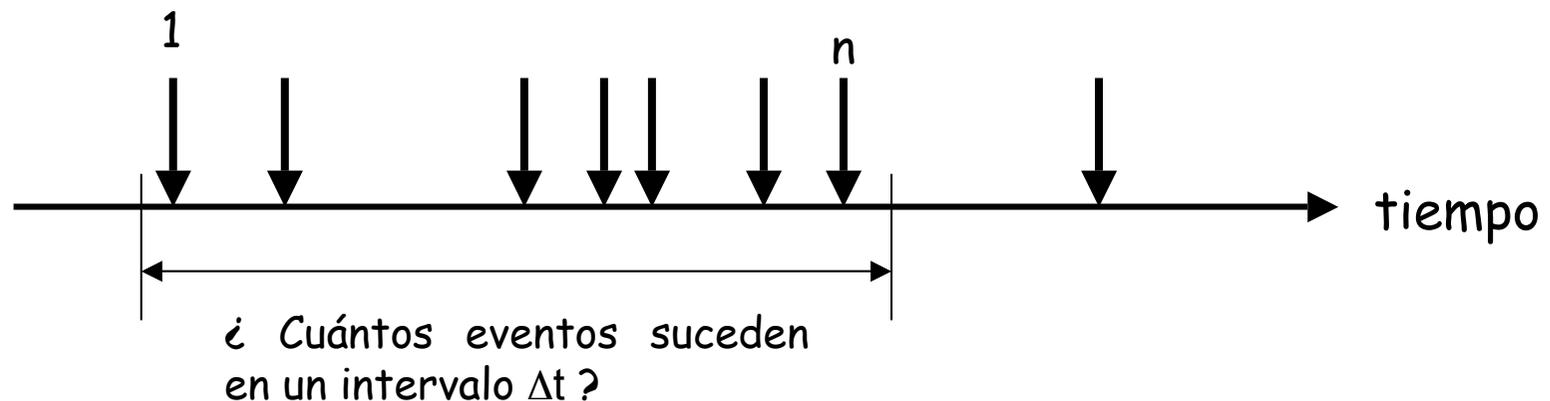
- Hipótesis fundamental en teoría clásica: llegadas independientes
- Tasa media de llegadas de llamadas de una gran población de fuentes (usuarios) independientes: λ



Número de llegadas

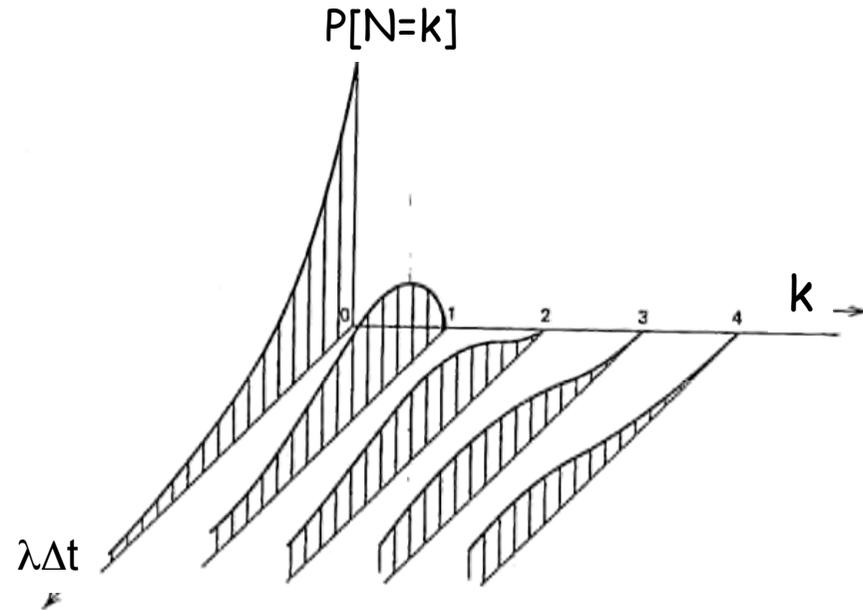
- Hipótesis:
 - En un intervalo suficientemente pequeño solo puede producirse una llegada
 - La probabilidad de una llegada en un intervalo suficientemente pequeño es directamente proporcional a la longitud del mismo (probabilidad $\lambda\Delta t$)
 - La probabilidad de una llegada en un intervalo es independiente de lo que suceda en otros intervalos
- Se demuestra que el número de llegadas en un intervalo sigue una distribución de Poisson

$$P_{\lambda\Delta t}[N = k] = \frac{(\lambda\Delta t)^k}{k!} e^{-\lambda\Delta t}$$



Distribución de Poisson

$$P[N = k] = \frac{(\lambda\Delta t)^k}{k!} e^{-\lambda\Delta t}$$



- Es una función de densidad:

$$\sum_{k=0}^{\infty} P[N = k] = \left(1 + \lambda\Delta t + \frac{(\lambda\Delta t)^2}{2} + \frac{(\lambda\Delta t)^3}{6} + \dots \right) e^{-\lambda\Delta t} = e^{\lambda\Delta t} e^{-\lambda\Delta t} = 1$$

- Su valor medio es $\lambda\Delta t$:

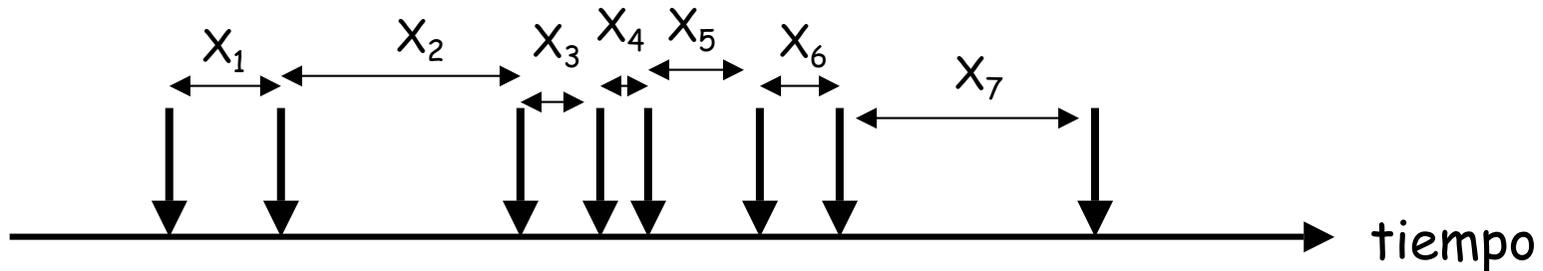
$$\bar{N} = E[N] = \sum_{k=0}^{\infty} kP[N = k] = \left(0 + \lambda\Delta t + (\lambda\Delta t)^2 + \frac{(\lambda\Delta t)^3}{2} + \frac{(\lambda\Delta t)^4}{6} \dots \right) e^{-\lambda\Delta t} = \lambda\Delta t e^{\lambda\Delta t} e^{-\lambda\Delta t} = \lambda\Delta t$$

Tiempos entre llegadas

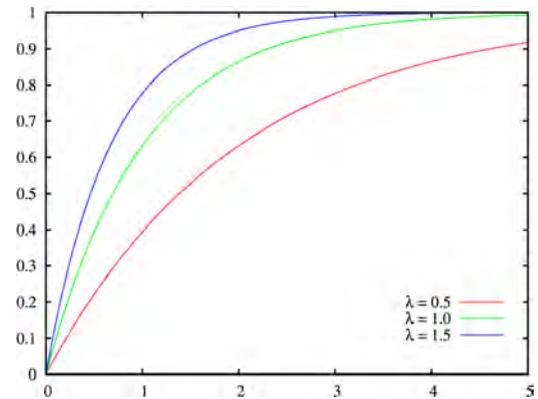
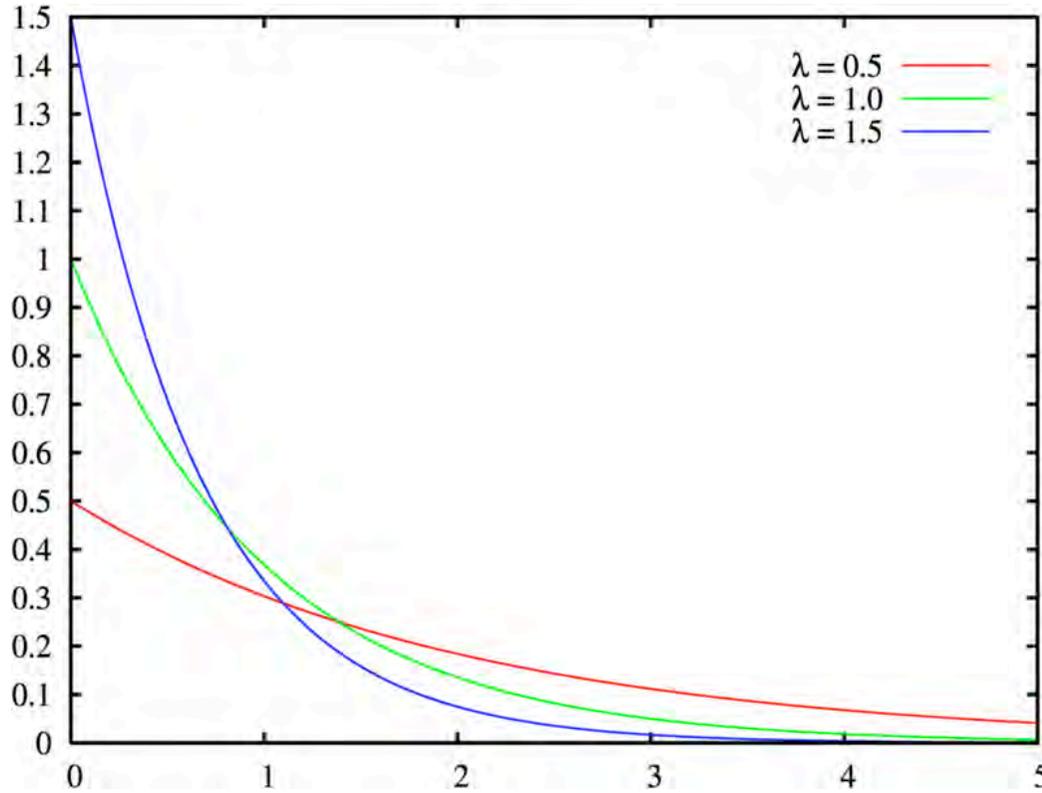
- Se demuestra que: si el número de eventos que ocurren en un intervalo sigue una distribución de Poisson los tiempos entre llegadas de eventos siguen una distribución exponencial
- El tiempo entre llegadas sigue una v.a. exponencial de media λ
- X_i variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d.) ('X')

$$p_X(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (t > 0) \qquad P[X < t] = 1 - e^{-\lambda t}$$

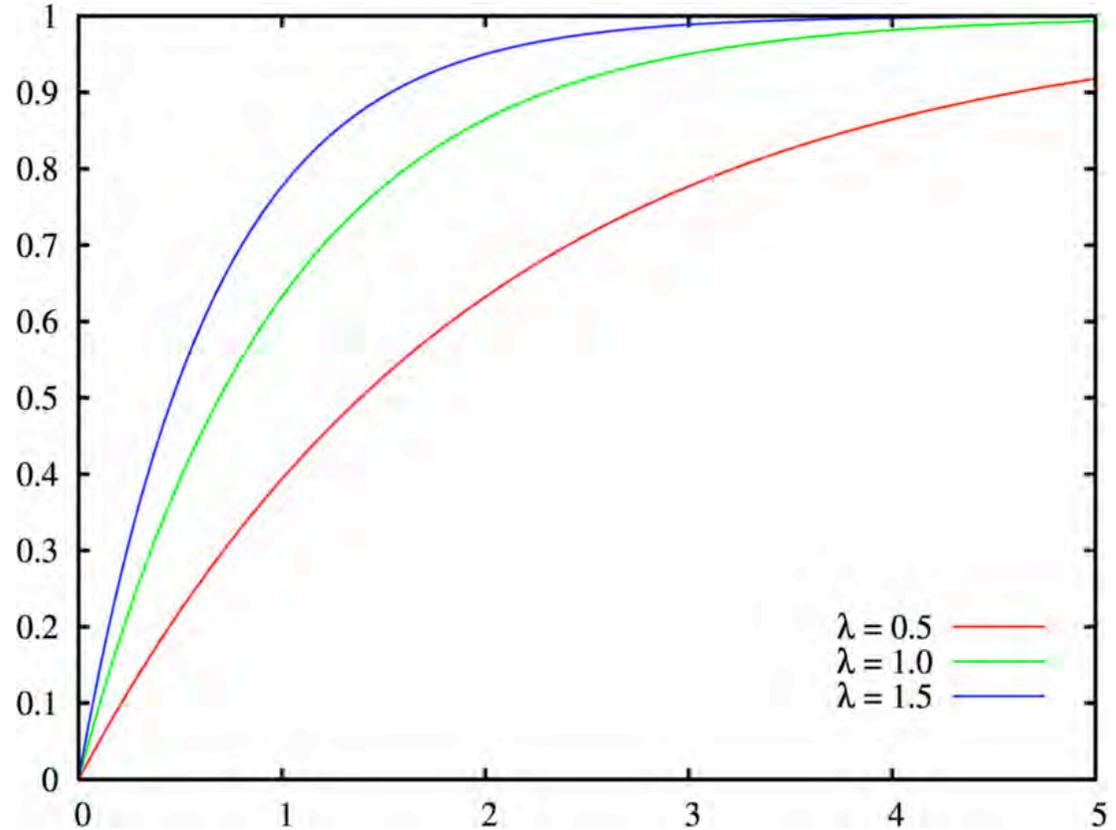
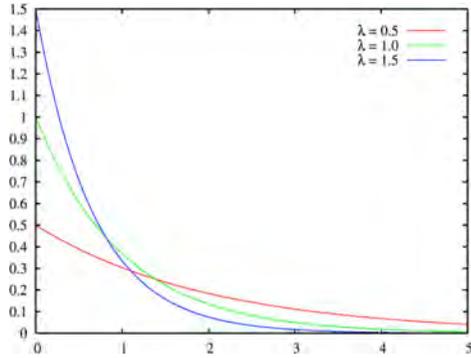
- Media: $E[X] = \int_0^{\infty} t \lambda e^{-\lambda t} = 1/\lambda$
- Tiempo medio entre llegadas $1/\lambda \Rightarrow$ en media λ llegadas por segundo



Ejemplo

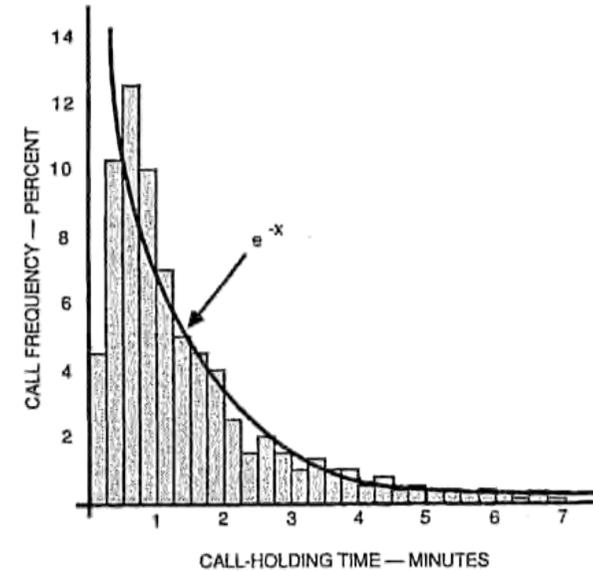


Ejemplo



Tiempo de ocupación

- Duración de las llamadas
- Lo más simple: tiempo constante
 - Poco realista para llamadas
 - Actividades automáticas: reproducción de mensajes, procesamiento de señalización, etc.
- Tiempo exponencial
 - Variables aleatorias (continuas) 's_i'
 - i.i.d. ('s')
 - Tiempos menores de la media muy comunes
 - Cada vez menos comunes tiempos mayores que la media
 - Propiedad: el tiempo restante de una llamada es independiente de lo que haya durado hasta ahora
- Duración exponencial: 's' caracterizada por su función de densidad



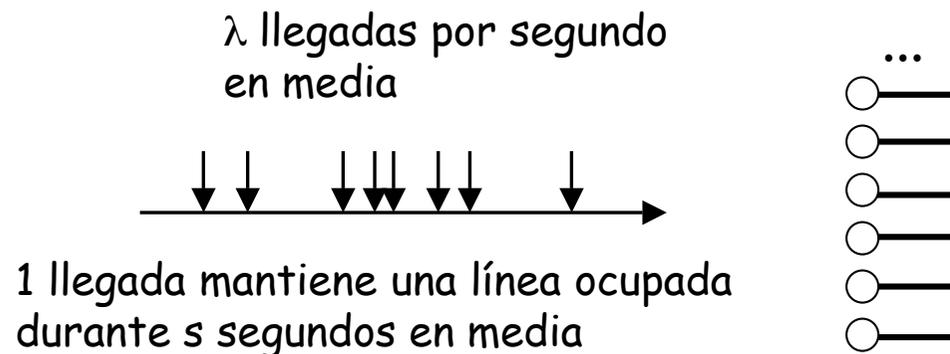
$$p_s(t) = \mu e^{-\mu t} \quad (t > 0)$$

$$\int_0^{\infty} \mu e^{-\mu t} dt = 1 \quad \text{es una fdp}$$

$$\bar{s} = E[s] = 1/\mu$$

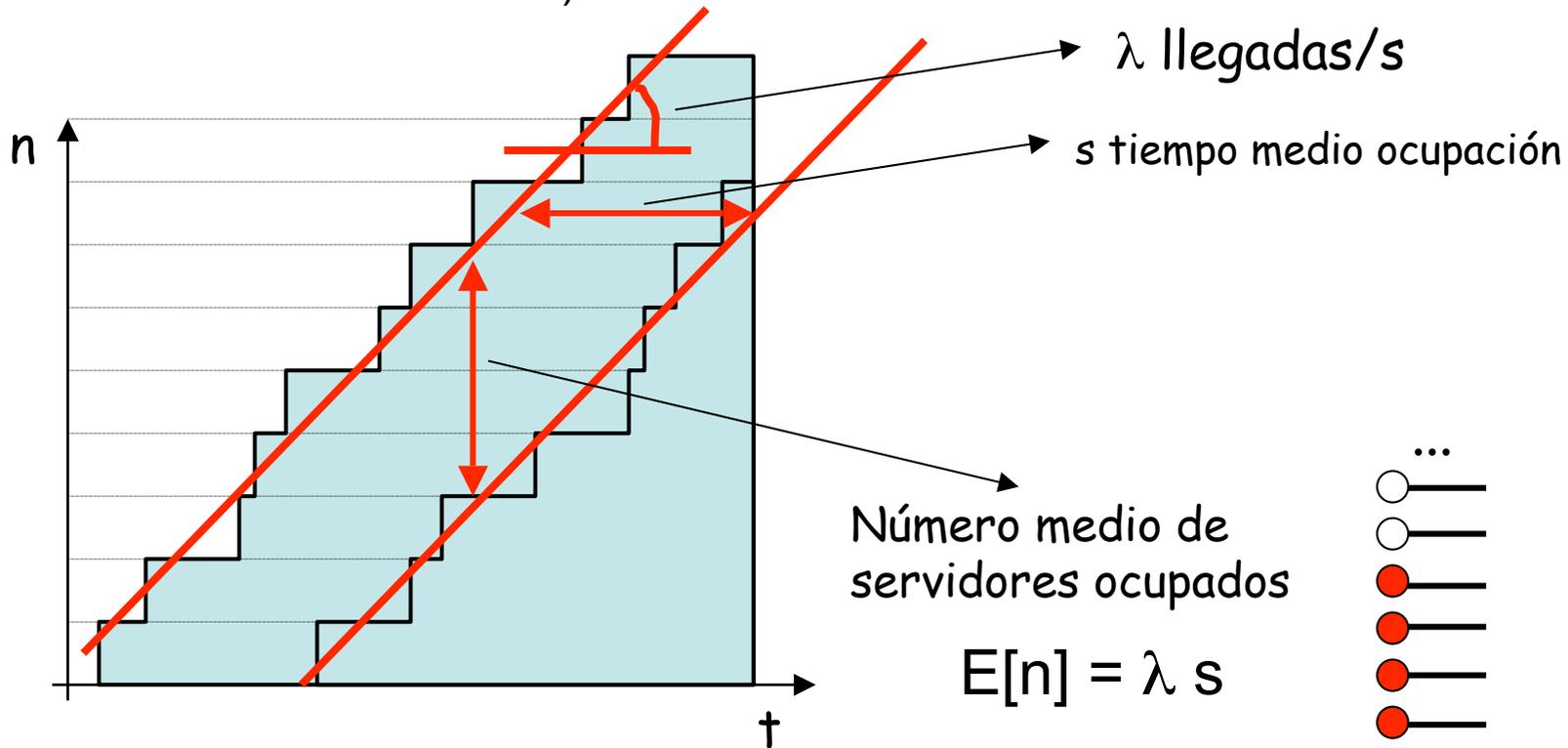
Intensidad de trafico

- Infinitas líneas
- Llamadas que se generan con una tasa media λ
- Tiempo medio de duración s
- ¿ Intensidad de tráfico que representan ?



Intensidad de trafico

- $E[n] = \lambda s$
- Esto es conocido como la Fórmula de Little
- λs
 - Es el tráfico medido en Erlangs
 - Equivalente al número de recursos que se ocuparían en el sistema con esa carga si el sistema tuviera infinitos recursos (condiciones de servicio ideales)



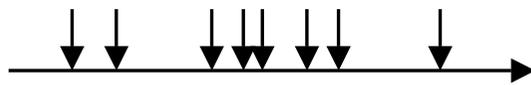
Número de líneas ocupadas

- Llamadas proceso de Poisson con tasa λ
- Solicitudes de servicio de duración constante 's'
- ¿ Número de líneas ocupadas en un instante cualquiera ?
 - Es una variable aleatoria
 - La probabilidad de que 'j' líneas estén ocupadas en un instante es la probabilidad de 'j' llegadas en el intervalo previo de duración 's'
 - Depende solo de la intensidad de tráfico λs , que es la media de esta variable ($A = \lambda s$)
 - Resulta ser válido independiente de la distribución de 's' (sin demostración)

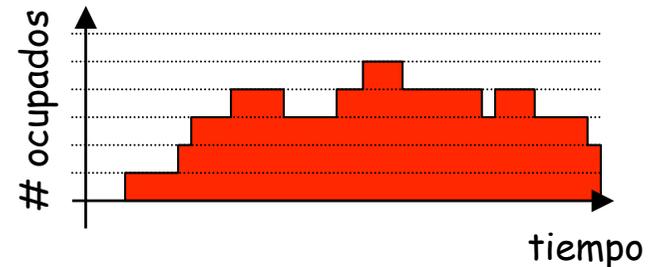
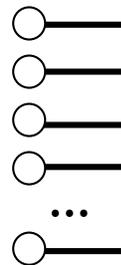
Intensidad de tráfico

$$P_{\lambda s}[N = j] = \frac{(\lambda s)^j}{j!} e^{-\lambda s}$$

λ Llegadas
 por segundo



1 llegada mantiene una línea ocupada
 durante s segundos

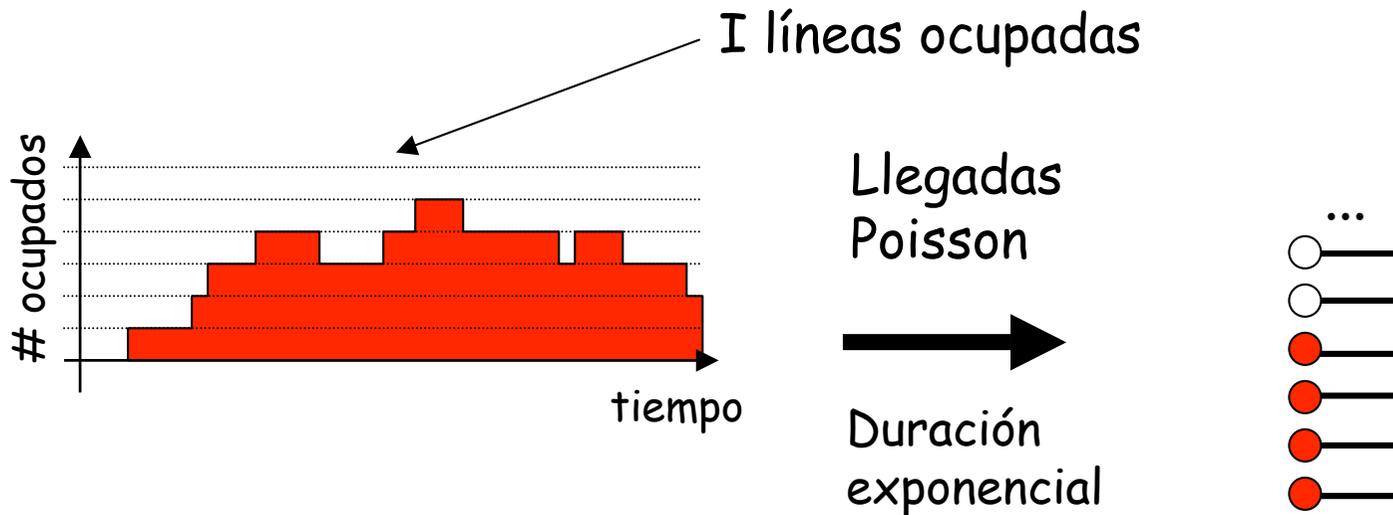


Recursos finitos

- Normalmente dispondremos de recursos finitos (capacidad)
- Problemas de interés
 - ¿Cuál es la probabilidad de que una llamada encuentre el sistema ocupado ?
 - ¿Cuál es el número de líneas necesarias para una probabilidad objetivo ?
 - ¿Cuál es el tráfico que atraviesa ese sistema y forma la carga del siguiente sistema ?

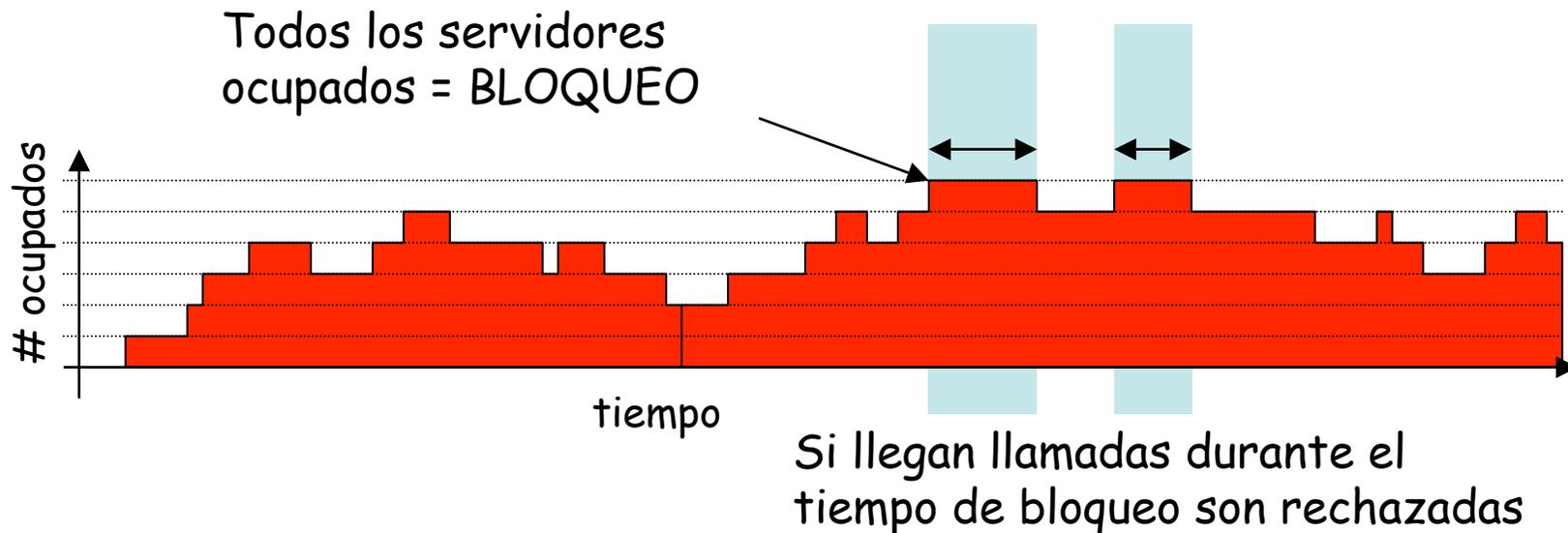
Probabilidad de bloqueo

- Llegadas según proceso de Poisson de tasa λ
- Duración exponencial de media s
- Variable aleatoria (o más bien proceso aleatorio)
 - I número de servidores ocupados en cada instante de tiempo
 - La intensidad de tráfico es $E[I] = A = \lambda s$



Probabilidad de bloqueo

- Cuando la variable I toma valor = número de servidores el sistema esta en BLOQUEO
- ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema esté en situación de bloqueo ?



Probabilidad de bloqueo

- En un sistema con
 - Llegadas Poisson(λ)
 - Duraciones Exp($1/s$)
 - Tráfico de entrada $A = \lambda s$
 - k servidores
 - Las llamadas que llegan al sistema bloqueado se pierden
 - Probabilidad de bloqueo: ¿Cuál es $P[I=n]$? (...)
- $P[I=n] = B(a,k)$
- $B(a,k)$ es conocida como función B de Erlang (o ErlangB)

B de Erlang

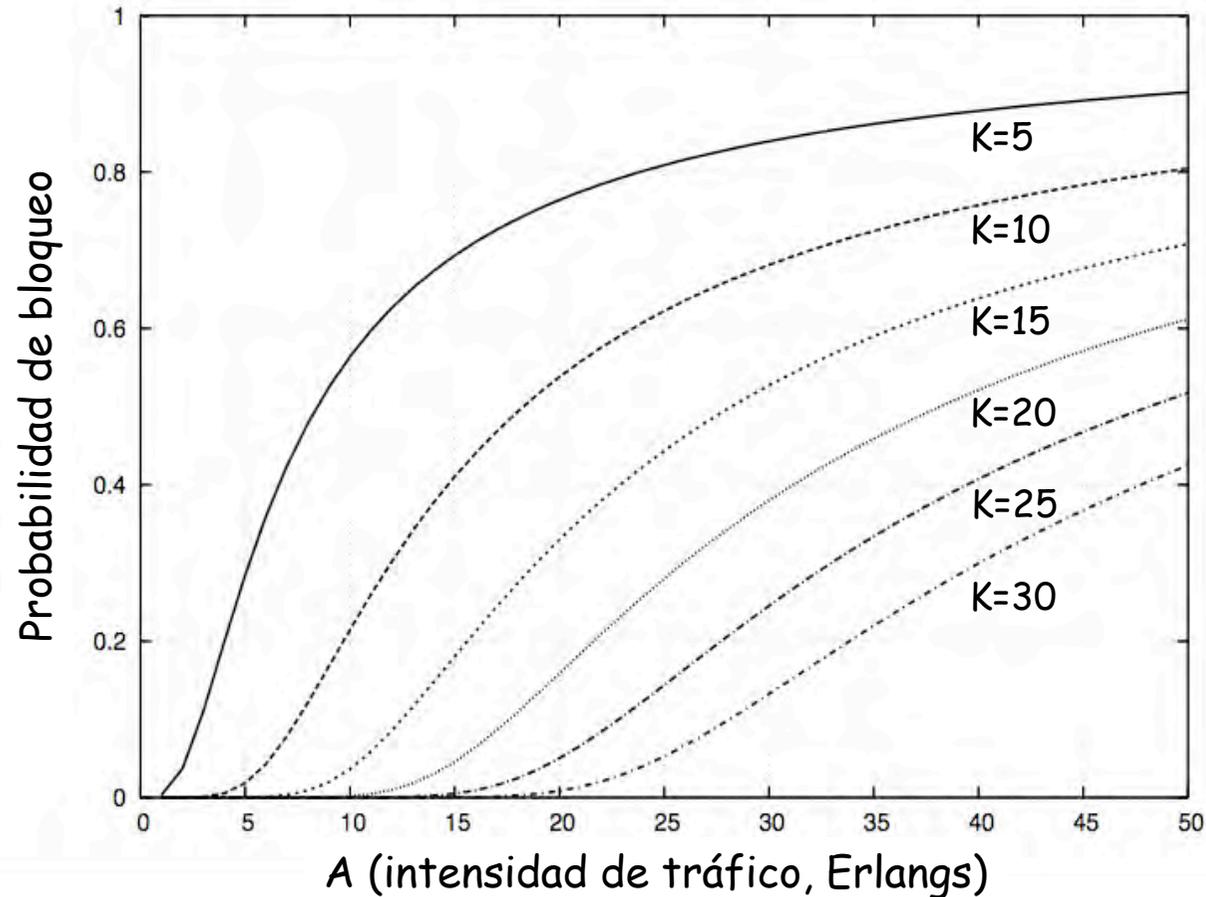
- Fórmula:

$$B(A,k) = \frac{A^k}{k!} \sum_{i=0}^k \frac{A^i}{i!}$$

- Cálculo recursivo:

$$B(A,0) = 1$$

$$B(A,j) = \frac{A \cdot B(A,j-1)}{A \cdot B(A,j-1) + j}$$



Tráfico cursado

- Si un conjunto de líneas tiene un tráfico ofrecido de I erlangs y una probabilidad de bloqueo, ¿cuánto tráfico atraviesa las líneas?

Esto será el **tráfico cursado** y será a su vez el tráfico ofrecido al siguiente sistema al que lleguen las líneas

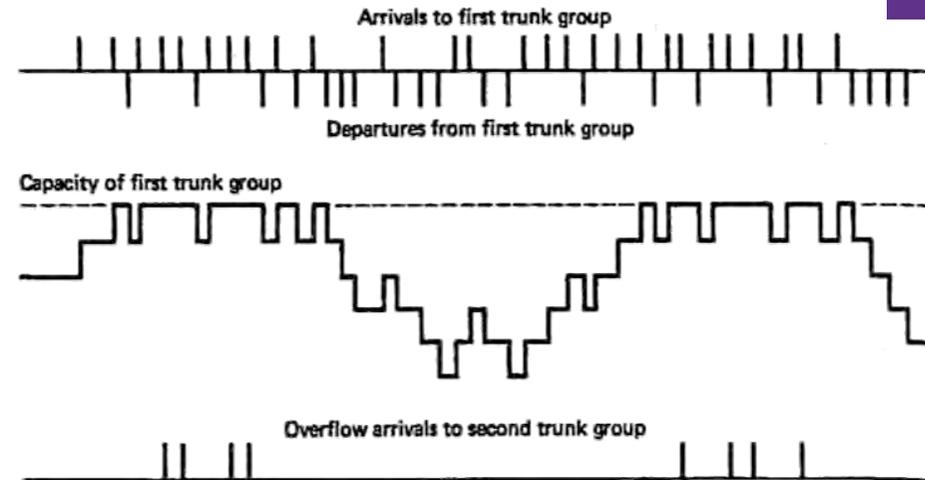
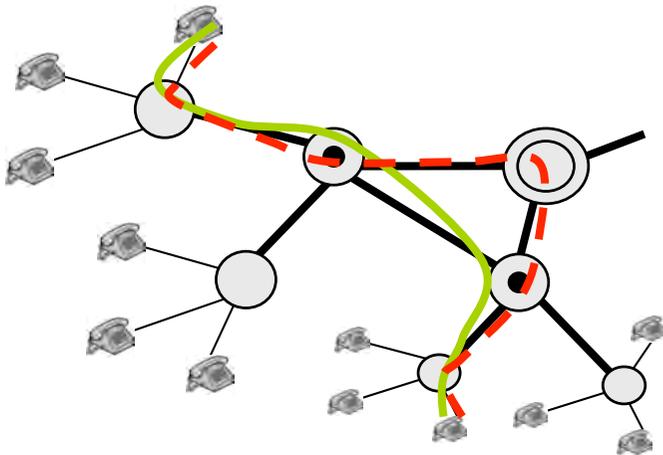
$$I_c = I_{in} (1 - P_b) = I_{in} (1 - B(I_{in}, n))$$

I_c : tráfico cursado

I_{in} : tráfico ofrecido o de entrada

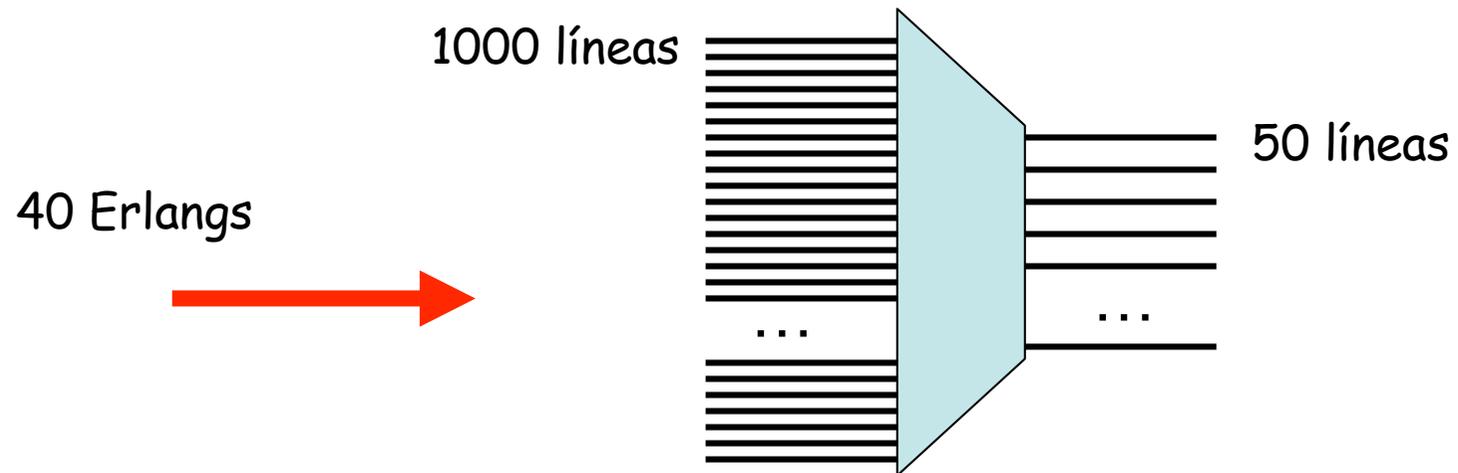
Tráfico de desbordamiento

- No puede ser cursado por el camino principal (por bloqueo)
- Se “desborda” (overflow) a una ruta secundaria
- Un proceso de Poisson del que se eliminan aleatoriamente (iid) muestras con probabilidad p sigue siendo un proceso de Poisson, pero con menor tasa ($p\lambda$)
- En nuestro caso las llamadas desbordadas suelen ir en bloques
- Eso da mayores probabilidades de bloqueo que con un proceso de Poisson de igual media
- Se aproxima con un proceso de Poisson de mayor tasa
- (En los problemas en caso de no disponer de las tablas emplearemos Poisson de igual tasa, aunque esto es subdimensionar)



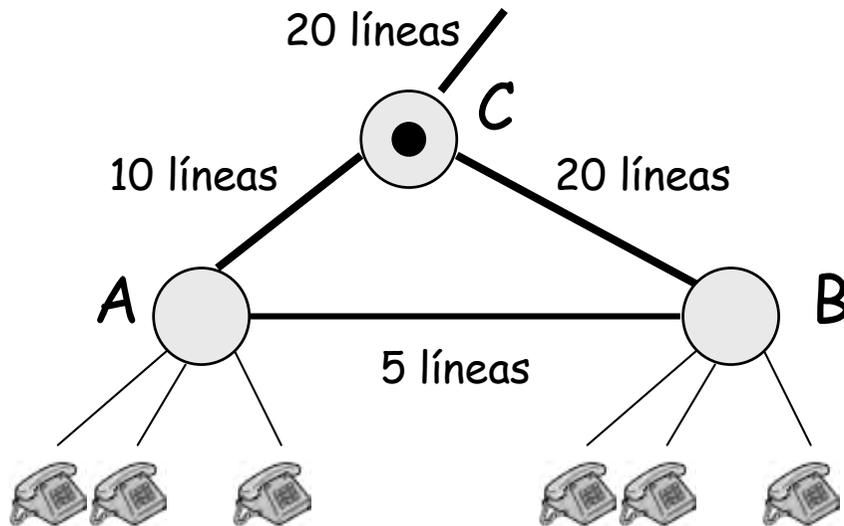
Ejemplos (1)

- 1000 líneas llegan a un concentrador que selecciona 50 para entrar a una centralita
- Los usuarios generan un tráfico de 40 Erlangs
- ¿Cuál es la probabilidad de bloqueo ?



Ejemplos (2)

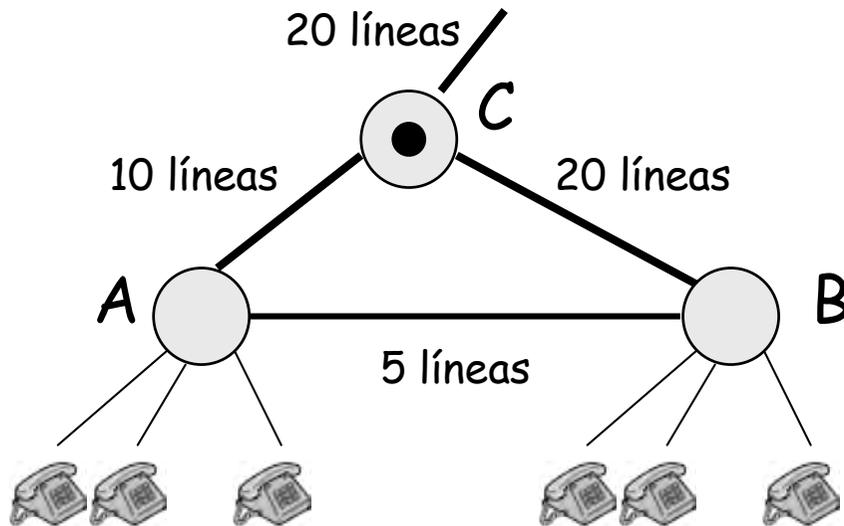
- En la centralita A de la figura las llamadas con destino a B se encaminan si es posible por el enlace directo a B y en caso de estar ocupado a través de la central primaria
- ¿Cuál es el tráfico que cursa el enlace A-C y cuál es la probabilidad de bloqueo de una llamada de un abonado de A a uno de B ?



Demanda en Erlangs

Origen	a A	a B	Al exterior
De A	2	4.5	4.5
De B	3	3.2	5
Exterior	2	2	-

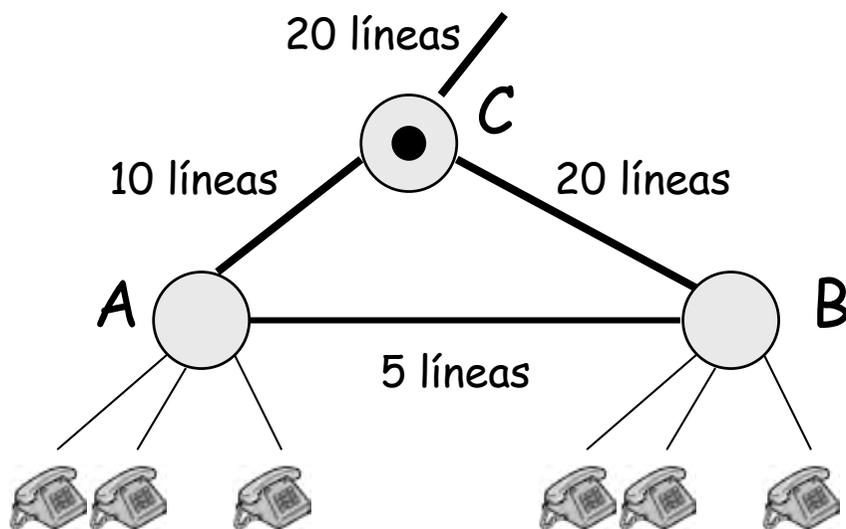
Ejemplos (2)



Demanda en Erlangs

Origen	a A	a B	Al exterior
De A	2	4.5	4.5
De B	3	3.2	5
Exterior	2	2	-

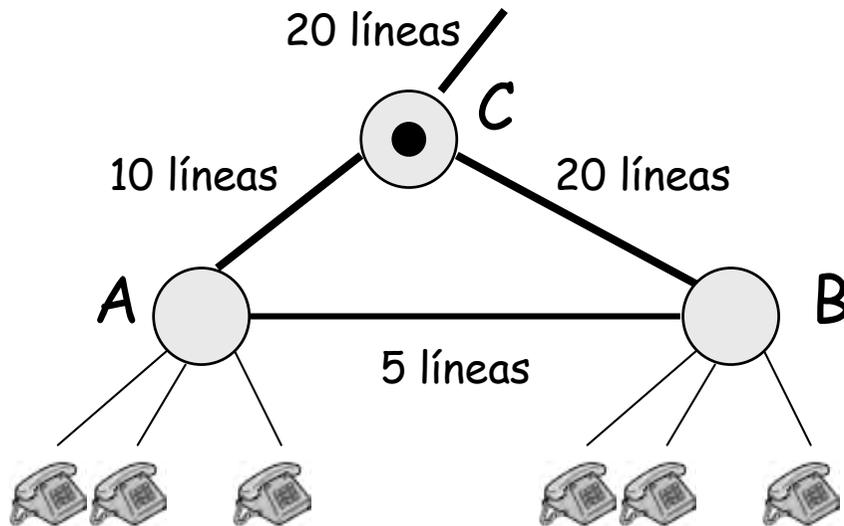
Ejemplos (2)



Demanda en Erlangs

Origen	a A	a B	Al exterior
De A	2	4.5	4.5
De B	3	3.2	5
Exterior	2	2	-

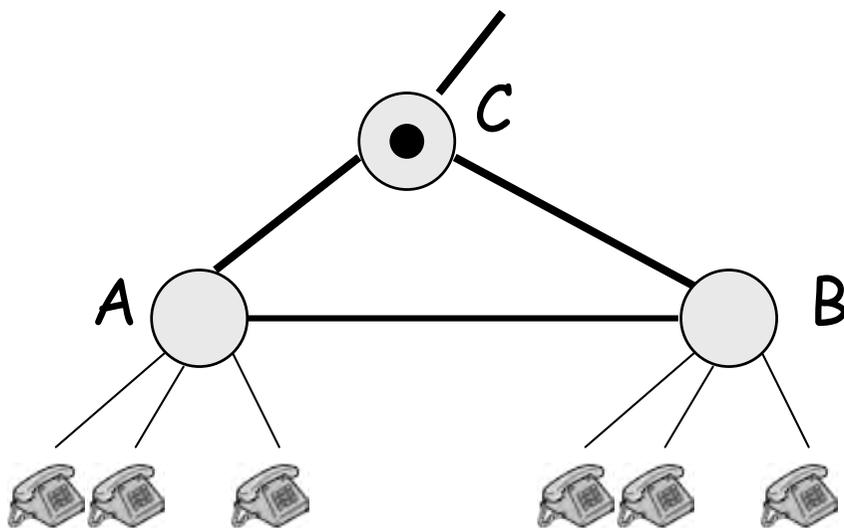
Ejemplos (2)



Demanda en Erlangs

Origen	a A	a B	Al exterior
De A	2	4.5	4.5
De B	3	3.2	5
Exterior	2	2	-

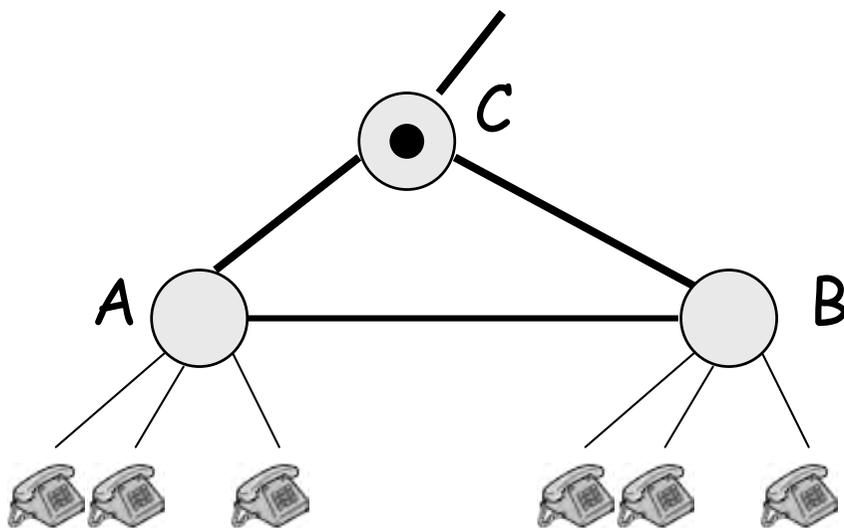
Ejemplos (2)



Demanda en Erlangs

Origen	a A	a B	Al exterior
De A	2	4.5	4.5
De B	3	3.2	5
Exterior	2	2	-

Ejemplos (2)

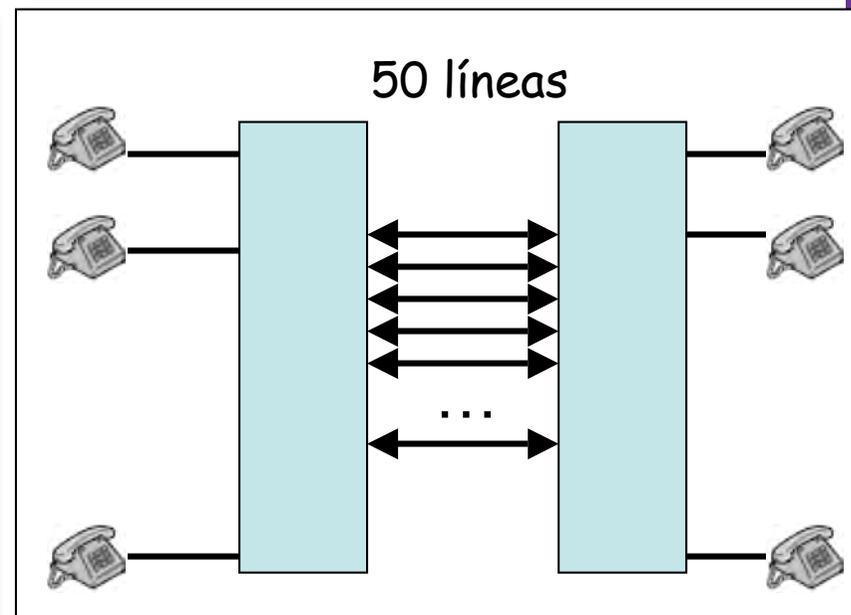
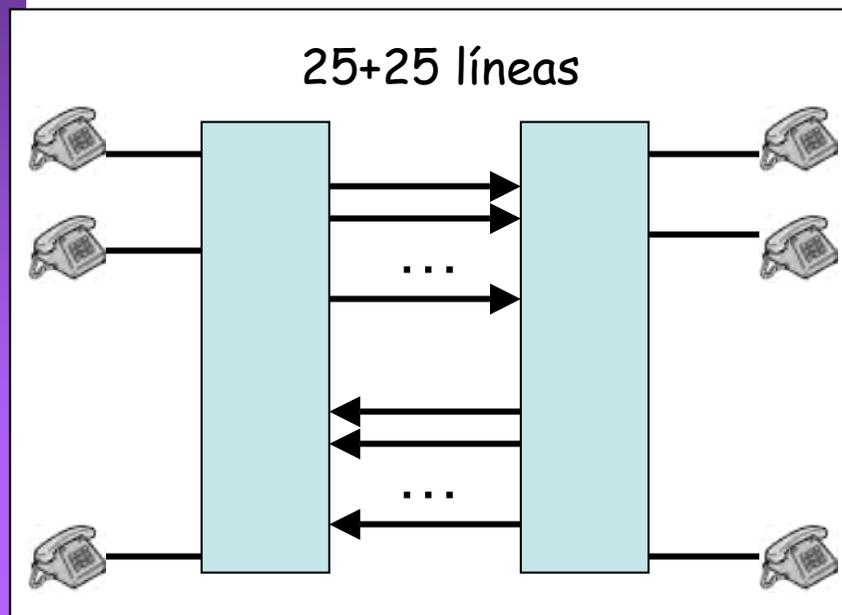


Demanda en Erlangs

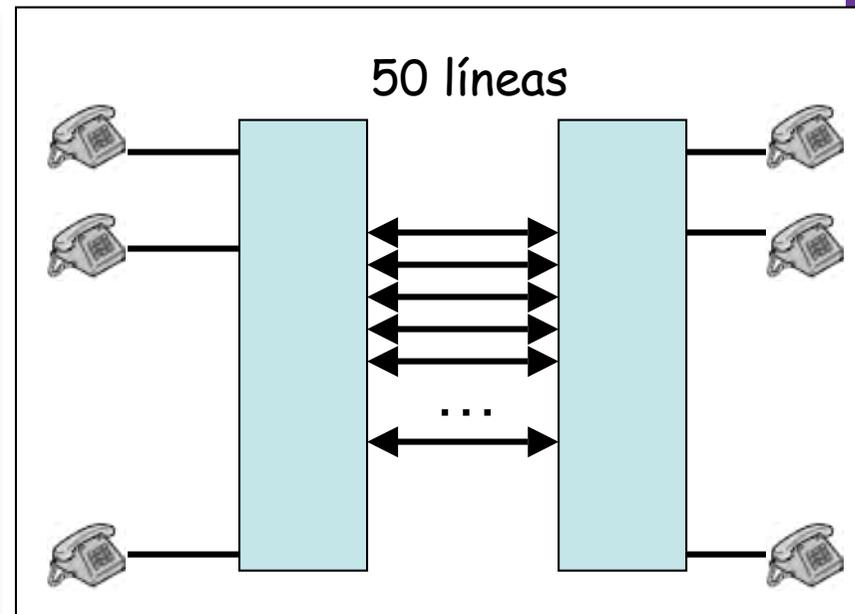
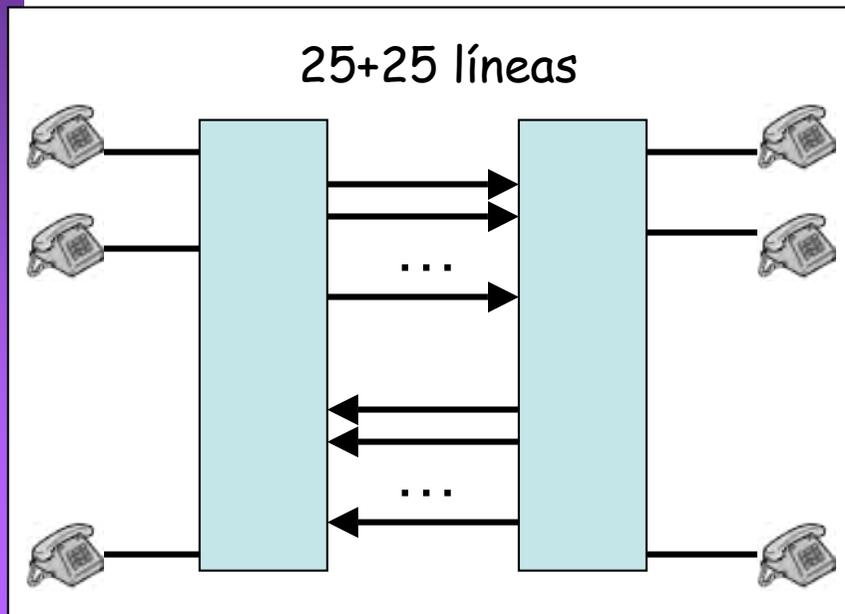
Origen	a A	a B	Al exterior
De A	2	4.5	4.5
De B	3	3.2	5
Exterior	2	2	-

Ejemplos (3)

- Entre dos centralitas tenemos la posibilidad de:
 - asignar 25 troncales para llamadas salientes de A y 25 troncales para llamadas entrantes a A
 - O bien asignar las 50 troncales para que se puedan usar indistintamente en llamadas en cualquier dirección
- ¿ Qué es mejor ?



Ejemplos (3)



Mayor complejidad

- *¿ Qué ocurre si las llamadas se retienen hasta que sean atendidas ?*

Teoría de colas (función C de Erlang)

- *¿ Qué ocurre si tenemos en cuenta que hay un número finito (y conocido) de usuarios ?*

Fórmula de Engset

Preguntas pendientes

- *¿Y en el caso de conmutación de paquetes?*
 - Teoría de colas
 - Problemas más complicados
 - Peores aproximaciones
 - Mayor número de problemas sin resolver

Redes Sistemas y Servicios (5º curso)

Conclusiones

- El tráfico telefónico se modela mediante procesos de llegadas de Poisson y duraciones exponenciales
- La probabilidad de bloqueo se calcula mediante la B de Erlang

Referencias

- Richard A. Thompson, “Telephone switching systems”, Ed. Artech House, capítulo 5
- John C. Bellamy, “Digital Telephony”, Ed. Wiley Interscience, último capítulo